



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Strategy to teach surface areas of regular and irregular solids using physical and virtual manipulatives

Henry Arias Gómez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas

Manizales

2013

Estrategia para enseñar áreas de sólidos regulares e irregulares utilizando manipulables físicos y virtuales

Henry Arias Gómez

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Magíster Rubén Darío Galvis M.

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas

Manizales

2013

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Manizales, mayo de 2013

AGRADECIMIENTOS

A Dios por permitirme trabajar con todo el amor, dedicación y esmero necesarios para desarrollar tan linda tarea.

A mi familia por su apoyo amoroso, fraternal y financiero para mi desarrollo profesional.

A los docentes de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales John Jairo Salazar Buitrago y Rubén Darío Galvis, por su valiosa colaboración y orientación en todo el proceso de elaboración del presente trabajo.

A los docentes de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Jorge Eduardo Giraldo y Diógenes de Jesús Ramírez porque sus enseñanzas me dieron herramientas importantes para aplicar en el trabajo y en mi futuro desempeño en la enseñanza de Matemáticas y Ciencias Naturales.

A los docentes de maestría de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, por sus aportes tan valiosos.

A los directivos de la institución donde laboro, en especial al coordinador Alquider García por permitirme desarrollar en su totalidad la estrategia planteada en este trabajo.

A todos mis compañeros de estudio en la maestría, porque de ellos también recibí aportes muy significativos y prácticos.

RESUMEN

En el presente trabajo se va a aplicar una estrategia de enseñanza para determinar áreas de cuerpos geométricos haciendo uso de manipulables físicos y virtuales con estudiantes de grado noveno de educación básica secundaria, la cual se apoya en el enfoque constructivista de pedagogía activa.

Con el trabajo se pretende indagar cómo funciona la estrategia, partiendo de modelos reales y virtuales con sus representaciones gráficas dinámicas tridimensionales y bidimensionales, para que el estudiante pueda comparar lo físico con lo abstracto y ambos con lo virtual, formando conceptos más apropiados de los sólidos geométricos, que hagan fácil el cálculo de sus áreas.

La Geometría permite desarrollar pensamiento bidimensional y pensamiento tridimensional en los estudiantes y la conexión entre ambos, lo cual se espera lograr en forma eficiente, aplicando la estrategia propuesta en el presente trabajo.

Para tal efecto se pretende que los estudiantes partan de una manipulación de cuerpos geométricos, utilizando elementos tridimensionales lúdicos en físico y objetos del contexto, con una exploración de competencias como: definición de polígonos, vértices, aristas, superficies, cuerpos, medidas lineales, medidas angulares y todas las dimensiones específicas para calcular áreas y volúmenes. Seguido se definen los mismos elementos usando los manipulables virtuales y luego se hace que los estudiantes construyan sólidos con medidas dadas y los grafiquen en el plano.

Aplicando esta estrategia el estudiante puede: manipular cuerpos geométricos en físico y virtualmente, definir sus características, construir modelos en físico, dibujar estos modelos en forma bidimensional y tridimensional, hasta llegar a determinar el área de sólidos geométricos simples y complejos. Se espera que la estrategia sirva para que los alumnos puedan interiorizar los conceptos y desarrollar los cálculos de áreas de manera más eficaz a la metodología usada actualmente en escuela nueva usando solamente guías que no hacen uso de estos objetos, lo cual se podrá comparar y evaluar con un grupo experimental y un grupo de control.

Palabras clave: Cuerpos geométricos, manipulables físicos, manipulables virtuales, gráficas dinámicas, área de superficies, pensamiento bidimensional y tridimensional.

ABSTRACT

This work is to implement a teaching strategy to estimate surface area of geometric solids, making use of physical and virtual manipulative objects with students from ninth grades from basic secondary school, supporting by constructivism theory and active pedagogy.

The study is intended to investigate how this strategy works, using real and virtual models with its tridimensional and two-dimensional dynamic graphic representations, so that students would compare between physical and abstract objects and both with virtual objects, and finally settling appropriate concepts of geometrical solids and making easy to students find surface area of solid figures.

Geometry lets students to develop both two-dimensional and tridimensional thinking and its connections, which is expected to be achieved in an efficient way applying the proposed teaching strategy.

To get the expected effect, students can start manipulating geometric physical solids, using tridimensional ludic objects from the context, exploring competitive standards like: polygon definition, vertex, edge, geometrical bodies, surfaces, linear measures, angular measures and all necessary dimensional measures to calculate areas and volumes. To follow, these definitions also will be constructed by students with virtual manipulative objects and later students will build geometric solids with specified measures and will make graphics over the plane.

Using the proposed strategy, students can: manipulate physical and virtual geometrical solids, define its properties, build physical models and draw up two-dimensional and tridimensional graphics, until they can determinate areas from simple and complex geometrical figures. It expects that students can internalize concepts and develop their own methodology to find surface area of solid figures more effectively than both methodologies new school and the traditional, using only guides without ludic objects used by this present strategy, which can be compared and evaluated with an experimental group and a control group.

Keywords: Geometric solids, physical and virtual manipulative objects, dynamic graphic representations, surfaces area, two-dimensional and tridimensional thinking.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	5
ABSTRACT	6
1. JUSTIFICACION	8
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	9
3. OBJETIVO GENERAL	9
4. PREGUNTAS	9
5. OBJETIVOS ESPECIFICOS	10
6. VIABILIDAD	10
7. ENFOQUE	11
8. MARCO TEORICO	12
8.1 INICIO DE LA GEOMETRIA	12
8.2 GEOMETRIA Y EDUCACION BASICA	13
8.3 LINEAMIENTOS CURRICULARES	21
8.4 MANIPULABLES EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRIA	25
9. METODOLOGIA DE LA ESTRATEGIA	30
10. PROCEDIMIENTO	32
11. PROGRAMACION DE TIEMPOS	32
EVALUACION TIPO ICFES	33
TABLA 1: RESULTADOS DE LA EVALUACION TIPO ICFES EN NOVENO	38
TABLA 2: RESULTADOS DE LA EVALUACION TIPO ICFES EN ONCE	39
ANALISIS DE RESULTADOS DE LA EVALUACION TIPO ICFES	40
CONCLUSIONES	43
RECOMENDACIONES	45
LISTA DE ANEXOS	46
BIBLIOGRAFIA	119

1. JUSTIFICACION

En las pruebas de estado y en pruebas externas aplicadas en la educación básica y media, generalmente se incluye el pensamiento espacial y sistemas geométricos en la mayoría de las preguntas del área de Matemáticas, por tal motivo las instituciones educativas deben considerar estos conocimientos básicos en su plan de estudio, con las metodologías y medios apropiados, con la finalidad de que sus estudiantes puedan obtener buenos resultados en estas pruebas. Utilizando estrategias de pedagogía en la enseñanza de la Geometría, se puede llegar a un mejor aprendizaje de las Matemáticas y por tanto mejores resultados de los estudiantes en este campo.

Al aprender Geometría haciendo uso de modelos reales y modelos virtuales se establecen mentalmente relaciones espaciales, dándole la ventaja al estudiante de comprender la Geometría, aportándole las bases necesarias para entender otras áreas de la Matemática y otras ciencias como la Física y la Química, además de que puede llegar a trabajar con múltiples aplicaciones de matemáticas en todos los temas estudiados. Una vez que el alumno comprende los conceptos geométricos, puede llegar desde el establecimiento de relaciones entre variables y demostraciones de tipo inductivo o deductivo, hasta la formulación de problemas e hipótesis que son punto de partida en el campo de la investigación.

Se pretende aprovechar la pedagogía activa para que el estudiante pueda aprender a partir de modelos de sólidos geométricos en físico y virtuales, haciendo su aprendizaje significativo, porque a partir de esos modelos puede llegar a formar sus propios conceptos geométricos. Se trata entonces de manipular objetos, mover, medir y tomar del material lo necesario para la conceptualización o representación interna y el cálculo de sus áreas. Posteriormente el estudiante debe llegar a construir modelos en físico y dibujar estos modelos en forma bidimensional y determinar el área superficial de sólidos geométricos más complejos.

Con estas estrategias el estudiante puede llegar a establecer las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y del razonamiento, llegando hasta el nivel 3 en la estructura de Van Hiele, preparándolo para aprendizajes más avanzados en instancias superiores.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema a resolver en el presente trabajo es: definir si la estrategia utilizada es funcional con estudiantes de noveno grado, en la enseñanza del cálculo de áreas de cuerpos geométricos, usando manipulables físicos básicos y modelos virtuales realizados previamente en GeoGebra.

3. OBJETIVO GENERAL

Explorar el aprendizaje alcanzado por estudiantes de noveno grado al calcular áreas de sólidos regulares e irregulares, utilizando una estrategia que acude al uso de manipulables físicos básicos y modelos de manipulables virtuales con simulaciones construidas con GeoGebra (bajadas de las páginas web www.geometriadinamica.es y www.geometriadinamica.cl o construidas por el docente)

4. PREGUNTAS

¿Cómo se pueden utilizar los manipulables físicos de sólidos regulares e irregulares para que los estudiantes lleguen al cálculo de sus áreas?

¿Cómo se pueden utilizar los manipulables virtuales de sólidos regulares e irregulares elaborados previamente en GeoGebra para que los estudiantes lleguen al cálculo de sus áreas?

¿El uso de los manipulables facilita la visualización de los sólidos regulares e irregulares?

¿El uso de los manipulables, facilita el estudio de representaciones de sólidos en perspectiva axonométrica?

¿El uso de los manipulables físicos, facilita el cálculo de áreas de sólidos geométricos como los planteados en los problemas propuestos en los textos escolares?

¿El uso de los manipulables virtuales, facilita el cálculo de áreas de sólidos geométricos como los planteados en los problemas propuestos en las pruebas externas?

5. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- 5.1. Indagar como es el aprendizaje del cálculo de áreas de sólidos regulares e irregulares a través de una estrategia que utiliza manipulables físicos y virtuales.
- 5.2. Imprimir dinámica a los sistemas geométricos, para interiorizar en forma de esquemas activos en la imaginación, los movimientos, acciones y transformaciones que se ejecutan físicamente.
- 5.3. Partir de modelos reales y construcciones propias con sus representaciones gráficas, para que el estudiante pueda comparar lo abstracto con lo real y formar conceptos más apropiados para el aprendizaje del cálculo de áreas de los sólidos geométricos.
- 5.4. Partir de modelos virtuales similares y sus representaciones gráficas dinámicas para que el estudiante pueda comparar lo físico con lo abstracto y ambos con lo virtual para formar conceptos más apropiados en el aprendizaje de cálculo de áreas de los sólidos geométricos.

6. VIABILIDAD

El trabajo de grado se realizará en la Institución Educativa Naranjal de Chinchiná (Caldas), situada en zona rural de Chinchiná y tiene el aval de los directivos para ser realizado con dos grupos de grado noveno y con los medios que cuenta la institución. La institución cuenta con el autor de este trabajo, como Docente de Matemáticas, con las aulas para cada grupo, con una sala de sistemas con 20 computadores de mesa y 15 computadores portátiles. Los objetos tridimensionales lúdicos van a ser solicitados para las experiencias por el docente, pero también se utilizarán elementos del medio y otros elaborados en material transparente con el fin de observar características como alturas y diagonales.

Los costos de los materiales que utilicen los estudiantes serán muy bajos o nulos, porque podrán usar materiales reciclables o elementos del medio. Si algunos elementos solicitados por el docente no los puede adquirir la institución, el costo lo asumirá el.

Las guías serán elaboradas entre diciembre de 2012 y enero de 2013 y la estrategia se empezará a emplear con los estudiantes a partir del 21 de enero hasta el 8 de marzo de 2013. Una semana después se entregará el trabajo de grado con sus conclusiones.

7. ENFOQUE

El enfoque a seguir en el presente trabajo sobre el funcionamiento de la estrategia para estudiantes de grado noveno, será de acuerdo al modelo empírico analítico muy utilizado en Ciencias Sociales, usando el método inductivo para generar acciones hacia un desarrollo educativo en una etapa exploratoria, experimentando con dos grupos de grado noveno, donde uno de los grupos sea grupo de control, al cual se le aplicará la metodología convencional de escuela nueva, como lo recomienda la institución educativa y al otro grupo se le aplicará la misma metodología de escuela nueva pero implementando en ella la estrategia a estudiar: calcular áreas de sólidos regulares e irregulares utilizando una estrategia que acude al uso de manipulables físicos básicos y modelos de manipulables virtuales pre-elaborados en GeoGebra. Con los resultados recolectados a través de un Diario de Campo y evaluaciones individuales del aprendizaje, se pretende hacer un análisis mixto (cualitativo-cuantitativo) que permita verificar si la estrategia es viable para el contexto de los grupos analizados y dejar el espacio para continuar posteriormente con un estudio correlacional, en el caso de que sean buenos los resultados de la estrategia.

El trabajo se realizará con dos grupos de grado noveno de 25 estudiantes cada uno, utilizando la estrategia en un grupo experimental a partir de las guías diseñadas por el docente con la estrategia y con el otro grupo se seguirá con la metodología de escuela nueva y sus guías de estudio, tal y como está establecido en la metodología de escuela nueva usada en la institución educativa.

8. MARCO TEORICO

8.1 INICIO DE LA GEOMETRIA

Eudemo de Rodas atribuyó el descubrimiento de la geometría a los egipcios, ya que según él, necesitaban medir constantemente sus tierras, debido a que las inundaciones del río Nilo borraban continuamente sus fronteras.

Los egipcios desarrollaron una gran habilidad en el arte de medir la tierra, tanto así que inventaron técnicas y procedimientos que se fueron transmitiendo de generación en generación. Estos conocimientos fueron llegando a otros pueblos y en particular a los griegos que estudiaron el arte de medir la tierra que en griego significa geometría. Así nació la palabra geometría, pero los griegos entendieron que las técnicas egipcias iban más allá de los terrenos y las medidas y que los principios tenían que ver con las relaciones y propiedades de ciertas figuras.

En el siglo VI A.C. el matemático y filósofo Pitágoras colocó la piedra angular de la geometría como ciencia al demostrar que las diversas leyes arbitrarias e inconexas de la geometría se podían deducir como un número limitado de axiomas o postulados. Estos postulados fueron considerados por Pitágoras y sus discípulos como verdades evidentes; sin embargo en el pensamiento matemático moderno se considera como un conjunto de supuestos útiles pero arbitrarios.

Un ejemplo típico de los postulados desarrollados y aceptados por los matemáticos griegos es la siguiente afirmación: “Una línea recta es la distancia más corta entre dos puntos”. Un conjunto de teoremas sobre las propiedades de puntos, líneas, ángulos y planos se puede deducir lógicamente a partir de estos axiomas. Entre estos teoremas se encuentran: “La suma de los ángulos de cualquier triángulo es igual a la suma de dos ángulos rectos”, y “el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados” (conocido como teorema de Pitágoras). La geometría demostrativa de los griegos, que se ocupaba de polígonos y círculos y de sus correspondientes figuras tridimensionales, fue mostrada rigurosamente por el matemático griego Euclides en su libro los elementos. Esta obra de Euclides en la actualidad se usa para la enseñanza de geometría.

8.2 GEOMETRÍA Y EDUCACIÓN BÁSICA

A continuación se toman algunos apartes de los resúmenes realizados por las profesoras Estela Sonia Aliendro y Angélica Elvira Astorga en una compilación denominada “Retorno de la Geometría”.

Esta temática se aplica para estudiantes de educación básica y media o personas que no han adquirido un nivel de pensamiento abstracto en geometría.

Una característica esencial de la enseñanza de la geometría en la escuela primaria es subestimar la dificultad de la adquisición de conocimientos espaciales propiamente dichos y dejar al alumno la tarea de establecer las relaciones adecuadas entre el espacio y los conceptos geométricos que se les enseñan, y que supone le otorgan un dominio sobre ese ámbito de realidad (Berthelot René y Salim Marie Hélène, La enseñanza de la geometría en la escuela primaria, Laboratorio de Didáctica de las Ciencias y Técnica de la Universidad de Bordeaux I de Quitania).

8.2.1 LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

Apartes de la síntesis tomada del libro “Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica. Mirar, construir, decir y pensar” de Bressan y otros. Novedades Educativas. Año 2000

8.2.1.1 USOS DE LA GEOMETRIA

A continuación se exponen algunos de los usos de la geometría:

- La geometría forma parte de nuestro lenguaje cotidiano: Nuestro lenguaje verbal diario posee muchos términos geométricos, por ejemplo: punto, recta, plano, curva, ángulo, paralela, círculo, cuadrado, perpendicular, etc. Si nosotros debemos comunicarnos con otros a cerca de la ubicación, el tamaño o la forma de un objeto la terminología geométrica es esencial. En general un vocabulario geométrico básico nos permite comunicarnos y entendernos con mayor precisión acerca de observaciones sobre el mundo en que vivimos.
- La geometría tiene importantes aplicaciones en problemas de la vida real: Por ejemplo, está relacionada con problemas de medidas que a diario nos ocupan, como diseñar una pieza de cerámica o un folleto, cubrir una superficie de un piso o calcular el volumen de un cuerpo; con leer mapas y planos, o con dibujar o construir un techo con determinada inclinación.
- La geometría se usa en todas las ramas de la matemática: Ella se comporta como un tema unificante de la matemática curricular ya que es un rico recurso de visualización para conceptos aritméticos, algebraicos y de estadística. Los docentes usamos frecuentemente ejemplos y modelos geométricos para ayudar a

que los estudiantes comprendan y razonen sobre conceptos matemáticos no geométricos.

- La geometría es un medio para desarrollar la percepción espacial y la visualización. Sin considerar la necesidad de una buena percepción espacial en ocupaciones específicas, todos necesitamos de la habilidad de visualizar objetos en el espacio y captar sus relaciones, o de la capacidad de leer representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales.

- La geometría como modelo de disciplina organizada lógicamente: Ideas acerca de la lógica y la deducción en geometría no necesitan esperar para ser enseñadas hasta los niveles superiores de escolaridad.

8.2.1.2 LA GEOMETRÍA A ENSEÑAR EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

Se acaban de exponer algunas razones por las que la geometría ha de ser estudiada en la escuela.

En la enseñanza de la geometría podríamos entrar por dos vertientes:

- la lógica- racional: la cual define la geometría como una teoría axiomática que se desarrolla bajo leyes rigurosas de razonamiento deductivo.

- La más intuitiva y experimental: basada en la búsqueda, descubrimiento y comprensión por parte del sujeto que aprende de los conceptos y propiedades geométricas en función de explicarse aspectos del mundo en que vive.

Sin lugar a duda, la más cercana a las posibilidades y necesidades cognitivas de los alumnos de la educación básica es la segunda, pero el docente debe saber que su meta en este nivel es crear las condiciones para que el alumno pueda avanzar, en estudios posteriores, en la profundización de la naturaleza deductiva y rigurosa de esta rama de la matemática.

Por otro lado, la interrelación entre el espacio físico y el matemático no se corta en un punto determinado del desarrollo humano, ni aún en el del matemático profesional.

Se admitirá entonces que el sentido del espacio, y por ende el geométrico, se inicia en las personas con la experiencia directa con los objetos del espacio circundante para enriquecerse a través de actividades de construcción, dibujo, medida, visualización, comparación, transformación, discusión de ideas, conjetura y comprobación de hipótesis facilitándose así el acceso a la estructura lógica y modos de demostración de esta disciplina.

8.2.1.3 HABILIDADES QUE UNA BUENA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA DEBERÍA AYUDAR A DESARROLLAR

Hoffer (1981) habla de habilidades básicas a desarrollar en geometría y las clasifica en cinco áreas: visuales, verbales, de dibujo, lógicas y de aplicación.

8.2.1.3.1 HABILIDADES VISUALES

Visualizar implica tanto representar lo mental a través de formas visuales externas como representar a nivel mental objetos visuales.

- Captación de representaciones visuales externas: implica poder leer, comprender e interpretar las representaciones visuales y el vocabulario espacial usado en trabajos geométricos, gráficos y diagramas de todo tipo.
- Procesamiento de imágenes mentales: comprende la posibilidad de manipular y analizar imágenes mentales y transformar conceptos, relaciones e imágenes mentales en otras clases de información, a través de representaciones visuales externas.

A continuación se describen siete habilidades relacionadas con la visualización que son consideradas como básicas:

- Coordinación visomotriz: Es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo. Ejemplos:
 - Unir puntos en un orden dado o anticipando un dibujo.
 - Completar un trazado sin levantar el lápiz y sin pasar dos veces por el mismo lugar.
 - Reproducir una figura o un objeto presente con la mano o con el mouse de la computadora.
- Percepción figura-fondo: Es la habilidad de identificar una figura determinada (el foco) en una pintura o dibujo más amplio (el fondo). Ejemplos:
 - Descubrir figuras dentro de una figura compuesta o entre figuras sobrepuestas.
 - Descubrir intersecciones entre figuras.
 - Completar figuras.
 - Invertir figuras-fondos en un dibujo dado.
- Constancia perceptual o constancia de forma tamaño y posición: es la habilidad para reconocer que un objeto posee propiedades invariantes tales como el tamaño, textura, forma o posición a pesar que su imagen cambia al mirárselo desde distintos puntos de vistas al cambiar de posición el observador. Por ejemplo:
 - Modificar posiciones de figuras o cuerpos y analizar la invariabilidad de su tamaño y de su forma.

- Anticipar y comparar tamaños de tres o más figuras o cuerpos desde distintos puntos de vista.
- Identificar figuras en distintas posiciones
- Percepción de la posición en el espacio: Es la habilidad de relacionar un objeto, lámina o imagen mental, con uno mismo (observador). Ejemplos:
 - Invertir, desplazar y rotar figuras cambiando la posición de ciertos detalles.
 - Reconocer figuras congruentes en distintas posiciones.
 - Dibujar imágenes de figuras por desplazamientos, rotaciones y simetrías
- Percepción de relaciones espaciales entre objetos: Es la habilidad para ver dos o más objetos, pinturas y/o imágenes mentales simultáneamente en relación con uno mismo y entre sí. Ejemplos:
 - Ensamblados de cubos según un patrón dado.
 - Encontrar el camino más corto entre dos puntos.
 - Completar una figura de acuerdo con un modelo presente.
- Discriminación visual: Es la habilidad de distinguir similitudes y diferencias entre objetos, dibujos o imágenes mentales entre sí. Las actividades de comparar y clasificar objetos o láminas colaboran al aprendizaje de la discriminación visual. Ejemplos:
 - Distinguir figuras o cuerpos congruentes
 - Descubrir las figuras diferentes dentro de un conjunto.
 - Descubrir errores en la reproducción de una figura dada.
 - Completar rompecabezas.
- Memoria visual: Es la habilidad de recordar con exactitud un objeto que no permanece a la vista y relacionar sus características con otros objetos presentes o no. Ejemplos:
 - Reproducir figuras ausentes.
 - Completar de memoria una figura mostrada durante breves instantes.
 - Ubicar cuerpos y figuras según un modelo visto previamente.

Consideraciones sobre la adquisición de habilidades de visualización

Otra consideración importante que se ha de tener en cuenta es la consideración del tipo de espacio en que se trabaja.

Se pueden distinguir cuatro tipos de espacios en los que el problema no se da de la misma forma, porque ponen en juego distintas posibilidades de control de parte del alumno. Ellos son:

- El micro-espacio: Aquel que necesita del microscopio y corresponde al estudio de estructuras microscópicas (cristales, células, virus, et.) desde el punto de vista de modelizarlas geométricamente.

- El meso-espacio: o espacio de objetos visibles; manipulables con las manos (rocas, plantas, utensilios, etc.), que pueden desplazarse sobre una mesa y aproximadamente hasta la mitad de la estatura del que los manipula.
- El macro-espacio: corresponde a un tamaño de objetos entre 0,5 y 50 o 100 veces la estatura del sujeto que actúa. Los desplazamientos son más costosos en estos casos. En él se realizan los trabajos de campo, los cortes topográficos, etc.
- El cosmo espacio: que pone en juego problemas de puntos de referencia y de orientación. En él es más difícil medir distancias que ángulos. Su ámbito de estudio son los fenómenos ecológicos, geográficos, topográficos y astronómicos.

8.2.1.3.2 HABILIDADES DE DIBUJO Y CONSTRUCCIÓN

Estas habilidades están ligadas a las de usos de representaciones externas. Las representaciones externas en matemáticas son una escritura, un símbolo, un trazo, un dibujo, una construcción con los cuales se puede dar idea de un concepto o de una imagen interna relacionada con la matemática.

Estos conceptos e imágenes de los que trata la matemática son objetos mentales con existencia real pero no física. Ni los cuerpos que confeccionamos ni las figuras que dibujamos son las “figuras geométricas” de las que trata la geometría. Son sólo modelos más o menos precisos de las ideas que tenemos respecto de ellas.

Las representaciones o modelos geométricos externos confeccionados por el docente o realizado por los propios alumnos no sólo sirve para evidenciar conceptos e imágenes visuales internas, sino también son métodos de estudio de propiedades geométricas, sirviendo de base a la intuición y a procesos inductivos y deductivos de razonamiento.

En su aprendizaje de la geometría los alumnos deben desarrollar habilidades de dibujo y construcción relacionadas con:

- La representación de figuras y cuerpos: donde se trate un objeto desde distintos puntos de vistas y con distintos procedimientos para que los alumnos elijan la más conveniente en función de la situación a resolver. Ejemplos de estos tipos de actividades:
 - Imprimir superficies
 - Plegar y cortar figuras
 - Determinar sombras
 - Tomar distintas vistas
 - Confeccionar patrones convencionales de objetos geométricos
 - Representar en perspectiva
- La reproducción a partir de modelos dados: donde los alumnos deben hacer copias en igual y distintos tamaños. Ejemplos de estos tipos de actividades:
 - Modelar en masas un cuerpo similar a uno dado.
 - Recortar una figura igual (más chica; más grande) que las que se presentan

- La construcción sobre la base de datos dados en forma oral; escrita o gráfica. Ejemplos de este tipo de actividades:
 - Construir un cuerpo que cumpla, o no, determinadas propiedades utilizando las piezas del cubo Soma
 - Armar todas las figuras (o cuerpos) posibles dado un conjunto de polígonos (o bloques).
 - Construir una figura a mano alzada sobre las base de instrucciones escritas.

Consideraciones sobre su adquisición

El docente ha de tener especial cuidado en el aula al representar conceptos geométricos ya que a menudo representaciones únicas o demasiado imprecisas de un concepto suelen conducir a errores. El docente debe reconocer que:

- Cada forma de representación sean dibujos (sentido más icónico), diagramas (donde prevalecen las relaciones) o construcciones en el espacio muestran obstáculos propios.
- Que el dibujo, por ejemplo de un triángulo siempre será de un objeto particular y no el de un triángulo general, por lo tanto es necesario que los estudiantes no queden pegados a una única representación de este concepto. Las representaciones de imágenes en determinadas formas, en los textos y en la enseñanza, acarrear en los alumnos concepciones equivocadas que operan como obstáculo para avanzar en su conocimiento geométrico.

8.2.1.3.3 HABILIDADES DE COMUNICACIÓN

Entenderemos a la habilidad de comunicación como la competencia del alumno para leer, interpretar y comunicar con sentido, en forma oral y escrita, información (en este caso geométrica), usando el vocabulario y los símbolos del lenguaje matemático en forma adecuada. Habilidades de comunicación son:

- Escuchar, localizar, leer e interpretar información geométrica presentada en diferentes formas. Ejemplos de actividades:
 - Seguir instrucciones escritas
 - Seleccionar la respuesta más adecuada entre varias.
 - Completar oraciones.
 - Completar crucigramas y dominós con vocabulario y simbolismo geométrico.
 - Inventar símbolos y luego compararlos con los convencionales.
 - Usar diccionarios y textos para comparar significados.
- Denominar, definir y comunicar información geométrica en forma clara y ordenada, utilizando el lenguaje natural y el simbólico apropiados. Ejemplos de actividades:
 - Asociar palabras con definiciones o símbolos con significados.

- Determinar equivalencias entre palabras, símbolos y definiciones.
- Analizar distintas definiciones de un mismo concepto o elementos.
- Describir objetos, propiedades y relaciones.
- Explicar oralmente o por escrito, en forma clara y concisa un concepto o un razonamiento o un procedimiento.
- Describir, explicar y argumentar usando diferentes formas de razonamiento.

Consideraciones sobre su adquisición

Resulta esencial que el alumno y el maestro analicen diversos significados e interpretaciones de las palabras, frases y símbolos, de manera que cada uno sepa claramente lo que el otro entiende y quiere decir al utilizar determinadas expresiones lingüísticas.

Algunas dificultades específicas que experimentan los niños con el lenguaje matemático en general (ejemplificaremos acá desde la geometría), están vinculadas con la lectura y comprensión de palabras que:

- Aparecen en el lenguaje ordinario con igual sonido y escritura, pero con significados diferentes al de geometría, por ejemplo: radio, razón, etc.
- Tienen significados iguales o muy próximos e igual sonido y escritura en matemática y en el lenguaje vulgar, por ejemplo: entre, intersección, rotación, pendiente, base, etc.
- Se usan como sinónimos en el lenguaje vulgar y no lo son desde el punto de vista matemático, por ejemplo: línea y recta, área y superficie, contorno y frontera, borde y perímetro, etc.

Los Van Hiele (1970), en sus estudios recalcan que las formas de razonamiento geométricos de distintos nivel “no sólo se reflejan en la forma de solucionar problemas sino en la forma de expresarse y en el significado que se le da a determinado vocabulario”. De allí la necesidad de que el docente interprete el vocabulario que usan sus alumnos, pero al mismo tiempo tienda a mejorarlo, proveyéndole de mejores herramientas para expresar sus pensamientos.

8.2.1.3.4 HABILIDADES DE PENSAMIENTO

Las habilidades lógicas están relacionadas con las habilidades de razonamiento analítico, es decir, las necesarias para desarrollar un argumento lógico. En el uso habitual, cuando se habla de razonamiento se habla de razonamiento lógico.

Habilidades lógicas a desarrollar con el estudio de la geometría en la educación básica son:

- Abstraer conceptos y relaciones;
- Generar y justificar conjeturas;
- Formular contraejemplos.

Ejemplos de tipos de actividades que colaboran al razonamiento lógico son:

- Inferir, dadas determinadas propiedades de un objeto, de qué objeto geométrico se trata.
- Clasificar objetos geométricos por sus atributos.
- A partir de varios ejemplos, extraer reglas y generalizaciones.
- Identificar el conjunto mínimo de propiedades que definen una figura.

Se recordará que las formas de pensamientos consideradas dentro del razonamiento lógico son la inducción y la deducción.

Sin dejar de reconocer las habilidades lógicas con habilidades relevantes del razonamiento matemático, no podemos dejar de lado la consideración de las habilidades de creación y de aplicación o transferencia.

Ejemplos de habilidades de creación son:

- Crear, inventar, imaginar, intuir situaciones;
- Explorar y descubrir conceptos, regularidades y relaciones

Ejemplos de actividades vinculadas con el desarrollo de habilidades de creación son:

- Hacer preguntas sobre el por qué determinados objetos naturales o artificiales responden a determinadas formas geométricas.
- Extraer preguntas ante un problema o una situación dada.
- Descubrir la ley de formación de un patrón dado.
- Extraer patrones geométricos de situaciones de la vida real.

8.2.1.3.5 HABILIDAD RELACIONADA CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Por último otras habilidades relacionadas con el pensamiento matemático que se esperan lograr a través de la enseñanza de la geometría son las relacionadas con la resolución de problemas

Ejemplos de tipos de actividades relacionados con esta habilidad son:

- Identificar el problema en la situación planteada.
- Identificar tipos de datos (necesarios, superfluos, incompletos, etc.)
- Anticipar estrategias posibles de solución antes de ejecutarlas.
- Representar mentalmente (en forma verbal, simbólica o gráfica) conceptos y estrategias a utilizar.
- Reflexionar sobre el problema y lo realizado controlando los usos de conceptos y procedimientos.

8.3 LINEAMIENTOS CURRICULARES EN GEOMETRIA

Partiendo de algunas consideraciones en los Lineamientos Curriculares del MEN, se toma en cuenta lo siguiente:

A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que se le proporcionan a los estudiantes de enseñanza básica y media son bidimensionales, tal y como se presentan en las guías y en los libros. Los objetos tridimensionales se explican a través de dibujos bidimensionales en los textos, con lo cual se parte de una dificultad en el proceso de comprensión. En el mundo actual se están utilizando medios con pantallas como la televisión y el computador que siguen presentando representaciones bidimensionales del mundo, pero con la posibilidad de mostrar el objeto en diferentes perspectivas y en forma interactiva.

Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible el volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la Matemática, no sólo en lo que se refiere a la Geometría. Se deben aprovechar además las TIC, específicamente el uso de simuladores y programas para elaborar gráficas, permite nuevos medios para la enseñanza.

El pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y la modelación del espacio tanto para la situación de objetos en reposo como en movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos y medidas, cálculos espaciales, etc.) a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia y precediendo los resultados de manipulaciones mentales.

Se sugiere un enfoque de Geometría Activa partiendo del que hacer del alumno y su confrontación con el entorno. Se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de hacer cosas, dibujar, mover, construir, producir y tomar del material lo necesario para la conceptualización o representación interna.

Van Hiele propone cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la Geometría. Estos niveles son:

El Nivel 1. Es el nivel de la visualización, llamado también de familiarización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Por ejemplo, un niño de seis años puede reproducir un cuadrado, un rombo, un rectángulo; puede recordar de memoria sus nombres. Pero no es capaz de ver que el cuadrado es un tipo especial de rombo o que el rombo es un paralelogramo particular. Para él son formas distintas y aisladas.

En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de "la misma forma".

El Nivel 2. Es un nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujos, construcción de modelos, etc. El niño por ejemplo, ve que un rectángulo tiene cuatro ángulos rectos, que las diagonales son de la misma longitud, y que los lados opuestos también son de la misma longitud. Se reconoce la igualdad de los pares de lados opuestos del paralelogramo general, pero el niño es todavía incapaz de ver el rectángulo como un paralelogramo particular.

En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras, piensan en términos de conjuntos de propiedades que asocian con esas figuras.

El Nivel 3. Llamado de ordenamiento o de clasificación. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones; por ejemplo, un cuadrado es identificado como un rombo porque puede ser considerado como "un rombo con unas propiedades adicionales". El cuadrado se ve ya como un caso particular del rectángulo, el cual es caso particular del paralelogramo. Comienzan a establecerse las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y del razonamiento.

En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.

El Nivel 4. Es ya de razonamiento deductivo; en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones.

Finalmente, el Nivel 5. Es el del rigor; es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

Aunque estos niveles son una aproximación aceptable a las posibles etapas en las que progresa el pensamiento geométrico, los docentes debemos ser críticos con respecto a ellos, pues no parecen dirigidos a lo que parecen ser los logros más importantes del estudio de la geometría: la exploración del espacio, el desarrollo de la imaginación tridimensional, la formulación y discusión de conjeturas, jugar con los diseños y traslaciones del plano y sus grupos de transformaciones.

Para comunicar y expresar la información espacial que se percibe al observar los objetos tridimensionales es de gran utilidad el uso de representaciones planas de las formas y relaciones tridimensionales. Hay distintos tipos de tales representaciones. Cada una es importante para resaltar un aspecto, pero es necesario utilizar varias a la vez para desarrollar y completar la percepción del espacio.

La representación en el plano de cuerpos sólidos o de objetos de la realidad, puede hacerse mediante dibujos de vista única o dibujos de vistas múltiples. Los dibujos de vista única son aquellos en los que se ilustran las tres dimensiones del objeto en una sola vista, con lo cual se logra representar el objeto de una manera muy próxima a la realidad. Hay dos maneras de hacer estos dibujos: mediante axonometrías y mediante perspectivas cónicas.

El dibujo en perspectiva se puede utilizar con mucho provecho para la educación estética, y para el ejercicio de las proyecciones de objetos tridimensionales en la hoja de papel, y de la hoja de papel al espacio. Para esto último se puede empezar por dibujar cubos y cajas en perspectiva, de manera que unos oculten parcialmente a los otros, y luego tratar de colocar cubos y cajas de cartón sobre una mesa de manera que se vean como en el papel. Aun en el dibujo en perspectiva es difícil dibujar las elipses que representan las distintas maneras como aparece un círculo desde distintos puntos de vista. Por eso puede ser aconsejable limitar la perspectiva a figuras rectilíneas, a menos que los mismos

alumnos quieran explorar cómo se dibujan las tapas de las alcantarillas en las calles ya dibujadas en perspectiva.

La primacía de las figuras muertas y de las relaciones de paralelismo y perpendicularidad de líneas, y las de igualdad o congruencia o de semejanza de figuras ocultó por mucho tiempo el origen activo, dinámico de los conceptos geométricos, y dejaron en la penumbra las transformaciones. Los sistemas geométricos se redujeron a sus componentes, como los puntos, líneas y planos, segmentos de recta y curvas, y figuras compuestas por ellos, con sólo la estructura dada por las relaciones mencionadas.

Esta propuesta intenta devolver la dinámica a los sistemas geométricos, con sus operadores y transformaciones, que resultan de interiorizar en forma de esquemas activos en la imaginación, los movimientos, las acciones y transformaciones que se ejecutan físicamente. “Esto quiere decir que una transformación no puede definirse, ni mucho menos simbolizarse formalmente, antes de que los alumnos hayan hecho algunas transformaciones extremas, moviéndose ellos mismos y moviendo hojas, varillas y otros objetos, deformándolos, rotándolos o deslizándolos unos sobre otros de manera física, de tal manera que ya puedan imaginarse esos movimientos sin necesidad de mover o transformar algo material, a lo más acompañando esta imaginación con movimientos del cuerpo o de las manos”(Carlos E. Vasco, op. Cit, pág. 123).

Cuando se estudien estos sistemas de transformaciones, debe comenzarse por los desplazamientos que pueden hacerse con el propio cuerpo, o deslizando objetos y figuras sobre el plano del piso, del papel o del tablero. Con esto se llega primero a las rotaciones y a las traslaciones. Se trata de ver qué tipo de movimientos conservan la dirección, cuáles la orientación en el plano o en el espacio, cuáles cambian los órdenes cíclicos de los vértices, sin definir verbalmente ninguna de estas transformaciones.

8.4 MANIPULABLES EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Tomado en parte de un artículo con el mismo título “Los Manipulables en la Enseñanza de las Matemáticas” publicado por Eduteka en internet (ver bibliografía).

En palabras de Arquímedes:

Mediante el método mecánico logré entender ciertos resultados, aunque posteriormente tuviesen que ser demostrados geométricamente, ya que la investigación mediante el método mecánico no proveía las demostraciones. Pero es mucho más fácil poder dar una demostración de una situación, después de haberla comprendido mediante el mencionado método que intentar demostrarla sin ningún conocimiento previo.

Bajo la denominación de Manipulables (Manualidades) se agrupan una serie de ayudas tanto físicas como virtuales que facilitan el aprendizaje.

Un Manipulable para matemáticas puede entrar en dos categorías:

Físicos: que se definen como cualquier material u objeto físico del mundo real que los estudiantes pueden “palpar” para ver y experimentar conceptos matemáticos.

Los instrumentos de este tipo se utilizan principalmente con los estudiantes de los primeros grados escolares y ejemplos de ellos son: Formas Geométricas para el reconocimiento de las distintas figuras; bloques de patrones para estimar, medir, registrar, comparar; bloques y cubos para sumar, restar o resolver problemas que incluyen peso y construcción de figuras planas y figuras tridimensionales con aplicaciones.

Virtuales: que se definen como representaciones digitales de la realidad posibilitadas por los computadores, y que el estudiante puede también manipular con el mismo objetivo de los primeros. Estos últimos se utilizan en los grados superiores. La experta Judy Spicer ha dicho: “Los manipulables virtuales tienen además la capacidad de hacer visible lo que es difícil de ver e imposible de imaginar” (Spicer, Judy. October 2000. Virtual Manipulatives: A New Tool for Hands-on Math. ENC Focus 7(4) p.14. Ejemplos de éstos son: Simulaciones; Software de Visualización; Fractales; Robótica; Juegos de Computador; Representaciones Tridimensionales; etc.

Para el presente trabajo se van a utilizar sólidos geométricos dinámicos previamente realizados en GeoGebra.

8.4.1 USO DE MANIPULABLES FISICOS

No todas las instituciones del país cuentan actualmente con las herramientas apropiadas para trabajar con las simulaciones de internet y aun contando con este

medio, los manipulables físicos brindan percepciones físicas que no brindan los modelos virtuales; entre estas percepciones tenemos el sentido del tacto, otras perspectivas visuales, percepción física kinestésica de medida de los objetos, movimientos en espacio real de modelos, etc.

Los manipulables bien diseñados y bien utilizados (físicos o virtuales) ayudan a los estudiantes a construir, fortalecer y conectar varias representaciones de ideas matemáticas al tiempo que aumentan la variedad de problemas sobre los que pueden pensar y resolver.

Así mismo, los manipulables ofrecen a los estudiantes objetos para reflexionar y discutir, les suministran un lenguaje adicional para comunicar ideas matemáticas sobre sus percepciones visuales, táctiles y espaciales.

Investigaciones adelantadas en Inglaterra, Japón, China y Estados Unidos soportan esta idea (Improving Mathematics Teaching by Using Manipulatives; James w. Heddens, Kent State University). En estas se enfatiza especialmente la ayuda que ofrecen a los estudiantes para pasar del nivel concreto al abstracto e incrementar su capacidad para adquirir habilidades y conceptos al ofrecer una representación física, tangible, móvil, armable y desarmable, que permite visualizar conceptos matemáticos de manera concreta. Dice también la investigación que los niños pasan por tres estadios de desarrollo: el concreto o de manipulación, el representativo o de transición y el abstracto. Muchos estudiantes tienen gran dificultad para hacer esta transición, posiblemente porque su sentido numérico es débil. “Piaget encontró que la mayoría de los niños no alcanzan el nivel abstracto sino a la edad de 12 o 14 años. Para respaldar el avance de la etapa de transición a la abstracta, es necesario ofrecer a los estudiantes materiales y actividades apropiadas para lograrlo y en el caso de las matemáticas, éste papel lo asumen los manipulables. Además, se encontró que los estudiantes que aprenden matemáticas con este tipo de modelos entienden mejor, desarrollan mejores habilidades para la solución de problemas y tienen un mejor desempeño en las pruebas estandarizadas de competencia” (The Three Stages of Learning; Moving with Math).

8.4.1.1 BENEFICIOS PEDAGÓGICOS PRÁCTICOS DE LOS MANIPULABLES FÍSICOS

- Se parte de modelos reales que pueden describir fenómenos, los cuales se pueden manipular, se les puede tomar medidas, se pueden graficar en el papel como aparecen en los libros y de otras formas.

- Priorizan el proceso de pensamiento del estudiante a medida que éste construye conocimiento matemático.
- Posibilitan mediante retroalimentación el establecimiento de vínculos entre lo concreto y lo simbólico.
- El estudiante puede diseñar objetos, moverlos y modificarlos, y expresar esas acciones en números o palabras.
- Se pueden crear, por ejemplo, tantas copias de una forma geométrica como sea necesario, y usarlas para mover o combinar estas formas para hacer figuras, diseños y solucionar problemas.
- Estas aplicaciones son más limpias, manejables y flexibles; siempre están en la posición requerida.
- Son una manera mucho más motivadora que trabajar con lápiz y papel. Permiten obtener un registro del trabajo con mucha facilidad.

8.4.1.2 BENEFICIOS MATEMÁTICOS DE LOS MANIPULABLES FISICOS

- Hacer conscientes ideas y procesos matemáticos en los estudiantes.
- Permitir razonar a los estudiantes, mientras ellos manipulan gráficas o figuras dinámicas y las expresiones matemáticas relacionadas con éstas.
- Relacionar con facilidad símbolos matemáticos con datos del mundo real, lo que le da significado a las matemáticas.
- Obtener retroalimentación inmediata cuando los estudiantes generan expresiones matemáticas incorrectas.
- Realizar procesos de composición y descomposición de formas (realizar unidades compuestas, descomponer un hexágono en otras formas como triángulos, etc.).
- Conectar el aprendizaje geométrico espacial al aprendizaje numérico, relacionando dinámicamente ideas y procesos numéricos con las ideas de los estudiantes sobre formas y espacio.

8.4.2 USO DE MANIPULABLES VIRTUALES

Los resultados más interesantes encontrados por las investigaciones sobre cómo la tecnología puede mejorar el aprendizaje, se enfocan en manipulables virtuales que ayudan a los estudiantes a entender conceptos esenciales en áreas como matemáticas o ciencias mediante la representación de temas, en forma más sencilla. Las investigaciones han demostrado que la tecnología puede impulsar profundos cambios en lo que aprenden los estudiantes. Utilizando la capacidad del computador para posibilitar simulaciones, enlaces dinámicos e interactividad, el estudiante regular puede alcanzar un dominio extraordinario de conceptos sofisticados. Algunos de estos manipulables (Visualizaciones, Modelos y

Simulaciones) han probado ser herramientas poderosas para enseñar conceptos matemáticos y científicos.

Buscando técnicas que incrementen la matemática que pueden aprender los estudiantes, los investigadores han encontrado que desplazarse de las expresiones matemáticas que se formulan con lápiz y papel (tales como símbolos algebraicos) a las que se plantean en la pantalla (que incluyen no solamente símbolos algebraicos, sino también gráficas, tablas y figuras geométricas) puede tener un efecto positivo dramático. En lugar de usar lápiz y papel con los que solamente se representan expresiones matemáticas estáticas y aisladas, que se usan por lo general para realizar cálculos, los maestros de matemáticas están dirigiendo cada vez más sus esfuerzos a facilitar que el estudiante comprenda y adquiera conceptos en lugar de dedicarse únicamente a realizar procedimientos mecánicos. La utilización de computadores que posibilita el uso de manipulables virtuales ofrece para éste último objetivo varias ventajas.

8.4.2.1 BENEFICIOS PEDAGÓGICOS PRÁCTICOS DE LOS MANIPULABLES VIRTUALES

- Son más reales que los gráficos o las descripciones de fenómenos.
- Priorizan el proceso de pensamiento del estudiante a medida que éste construye conocimiento matemático.
- Posibilitan mediante retroalimentación el establecimiento de vínculos entre lo concreto y lo simbólico.
- El estudiante puede diseñar objetos, moverlos y modificarlos, y expresar esas acciones en números o palabras.
- Promueven y facilitan explicaciones completas y precisas ya que el estudiante debe especificarle al computador, con precisión, lo que debe hacer para obtener resultados concretos.
- Se pueden crear, por ejemplo, tantas copias de una forma geométrica como sea necesario, y usar herramientas del computador para mover, combinar y duplicar estas formas para hacer figuras, diseños y solucionar problemas.
- Los productos realizados pueden guardarse y recuperarse a voluntad, sin tener que “perder” todo el trabajo que se ha realizado, permitiendo además, trabajarlo una y otra vez.
- Se pueden diferenciar las diversas formas de varias maneras (colores, fondos, etc.).

- Estas aplicaciones son más limpias, manejables y flexibles; siempre están en la posición correcta y se quedan donde se colocan, se pueden “congelar” en la posición deseada.
- Son una manera mucho más motivadora que trabajar con lápiz y papel.
- Muchas construcciones son más fáciles de construir que con elementos físicos.
- Ofrecen la posibilidad de guardar y recuperar una serie de acciones realizadas con anterioridad por el estudiante pero que pueden trabajarse más. Se pueden recuperar secuencias de acciones.
- Permiten obtener un registro del trabajo con mucha facilidad.
- Se puede imprimir.

8.4.2.2 BENEFICIOS MATEMÁTICOS DE LOS MANIPULABLES VIRTUALES

- Hacer conscientes ideas y procesos matemáticos en los estudiantes.
- Permitir a un estudiante razonar mientras manipula en el computador gráficas o figuras dinámicas y las expresiones matemáticas relacionadas con éstas.
- Explorar, gracias a la flexibilidad de los manipulables, las figuras geométricas de maneras que no son posibles con figuras físicas (cambios en forma o tamaño, cambios generales o particulares, etc.).
- Facilitar la exploración rápida de los cambios en las expresiones matemáticas con el simple movimiento del ratón, en contraposición de lo que sucede cuando se utiliza lápiz y papel.
- Visualizar los efectos que tiene en una expresión matemática, modificar otra. Por ejemplo, cambiar el valor de un parámetro de una ecuación y ver cómo la gráfica resultante cambia de forma.
- Acelerar la exposición a un gran número de problemas y ofrecer retroalimentación inmediata.
- Relacionar con facilidad símbolos matemáticos, ya sea con datos del mundo real o con simulaciones de fenómenos corrientes, lo que da significado a las matemáticas.
- Obtener retroalimentación inmediata cuando los estudiantes generan expresiones matemáticas incorrectas.
- Realizar procesos de composición y descomposición de formas (realizar unidades compuestas, descomponer un hexágono en otras formas como triángulos, etc.).
- Conectar el aprendizaje geométrico espacial al aprendizaje numérico, relacionando dinámicamente ideas y procesos numéricos con las ideas de los estudiantes sobre formas y espacio.

- Permitir que se detenga la aplicación en cualquier momento del proceso si se requiere tiempo para pensar sobre éste. Además, puede repetirse si se desea ver nuevamente parte de esta o ensayar otras respuestas.

9. METODOLOGIA DE LA ESTRATEGIA

Primera etapa: construcción de conceptos sobre polígonos a partir de objetos reales, ya sean sólidos geométricos que existan en la institución y/o del contexto comunitario (como ejemplo, cajas de distintas formas), observando la huella que puede dejar cada cara de un sólido sobre un plano, definiéndolos y caracterizándolos con ayuda de una guía 1 que incluya laboratorios. Realizar un laboratorio orientado a través de una guía 2 que le permita al estudiante construir las mismas figuras bidimensionales o caras planas de los objetos y otras figuras diferentes, elaborar estos polígonos en cartulina, de tal forma que el estudiante tome medidas, trace y corte, haciendo claridad que el polígono no puede tener espesor. En la mismas guías 1 y 2, manipular y visualizar estos objetos desde diferentes ángulos, graficar los mismos modelos en el papel como se ven en los textos guía, además hacer gráficos de las mismas figuras pero vistas desde otros ángulos (por ejemplo la figura de un hexágono se podría ver como el dibujo de una línea recta observándolo de perfil).

Segunda etapa: Realizar un laboratorio utilizando una guía 3 que permita redefinir los polígonos previamente construidos, establecer sus propiedades y características, clasificarlos y por ultimo hallar sus áreas con las fórmulas matemáticas correspondientes.

Tercera etapa: realizar una guía 4 para trabajar en GeoGebra los conceptos básicos de geometría y reafirmar lo estudiado en la etapa previa. Terminar la guía con la construcción de polígonos con sus elementos usando las aplicaciones del programa.

Cuarta etapa: realizar una guía 5 para calcular con GeoGebra perímetros y áreas de las mismas figuras construidas en físico y utilizar modelos virtuales de polígonos y poliedros para identificar sus nombres y características. Con estos modelos virtuales, el estudiante puede mover los objetos, medir, observar vértices, aristas, etc. y así, reafirmar los conceptos.

Quinta etapa: usar figuras geométricas tridimensionales del contexto como cajas con distintas formas, cuerpos geométricos en materiales tales como cartulina, cartón paja o madera y usar el material lúdico tridimensional con que cuenta la

institución. A partir de los elementos anteriores, usando una guía 6 de laboratorio, explorar con los estudiantes competencias como: definición de vértices, aristas, superficies, cuerpos, medidas lineales, medidas angulares, cálculo de dimensiones específicas para medir áreas y volúmenes. Mejorar los conocimientos con construcciones propias a partir de desarrollos de los poliedros en cartulina o materiales de fácil adquisición, utilizando un taller en la guía 6 orientado hacia el afianzamiento de los conceptos.

En esta guía también se incluye laboratorio virtual con simulaciones en GeoGebra.

Sexta etapa: elaborar gráficos de los cuerpos geométricos contruidos previamente, en perspectiva axonométrica y compararlos con los gráficos elaborados en los textos, con ayuda de una guía 7.

Séptima etapa: Solucionar problemas propuestos en los textos y pruebas externas, para evaluar la estrategia con una evaluación tipo ICFES individual, que permita determinar los conocimientos adquiridos sobre las características y propiedades de los cuerpos geométricos, así como sus áreas.

Octava etapa: análisis de resultados y conclusiones.

10. PROCEDIMIENTO

10.1 INSTRUMENTOS Y MATERIALES

Se van a utilizar guías de laboratorio de tal forma que permitan hacer transición desde pensamiento concreto a pensamiento abstracto y de pensamiento virtual a pensamiento abstracto, a través de construcción de conocimiento por parte de los estudiantes, haciendo su aprendizaje significativo. Cada guía tendrá un taller grupal que permita evaluar conocimientos adquiridos. En la última etapa se efectuará una evaluación individual, utilizando un taller con problemas como los proponen los textos y las pruebas externas. Del análisis de los resultados de los talleres, realizado en forma cuantitativa y cualitativa con los diarios de clase, se obtendrán las conclusiones del trabajo y se determinará que tan eficiente puede ser la estrategia utilizada. Los talleres tendrán la finalidad de evaluar: las competencias respecto a los conocimientos adquiridos, el grado de aceptación de los objetos en físico y virtuales para el aprendizaje, la calidad de los productos elaborados, la técnica para utilizar los instrumentos y las construcciones gráficas en el plano, además del entusiasmo para el trabajo en el aula con la estrategia empleada.

Los instrumentos que se van a usar serán poliedros hechos en madera, plástico, foami, cartulina, cartón paja y acetato. Cada estudiante debe contar con escuadras, regla, compás y transportador.

Otras herramientas que deben usar serán los computadores, las aulas de clase y el entorno. Los estudiantes buscarán objetos tridimensionales que se pueden encontrar en el entorno institucional o en sus hogares.

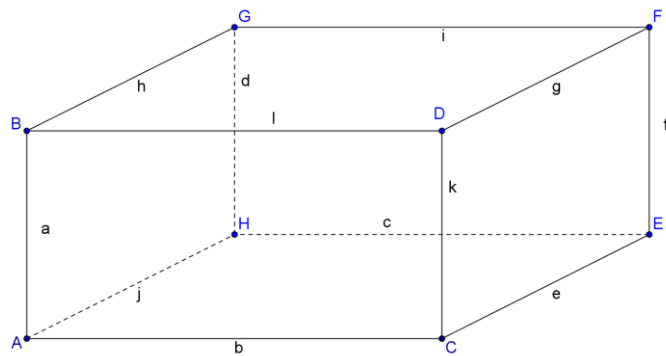
11. PROGRAMACIÓN DE TIEMPOS

	Siete Quincenas entre diciembre 15 de 2012 y marzo 15 de 2013						
Actividades a realizar	1	2	3	4	5	6	7
Elaboración de guías y material didáctico.							
Desarrollo de guías y talleres:							
Guías 1 y 2							
Guías 3 y 4							
Guías 5 y 6							
Guía 7 y evaluación							
Análisis de resultados							
Entrega para revisión							

Con el fin de realizar un análisis cuantitativo y comparativo de la estrategia, a continuación se presenta una evaluación de las guías 1 a 6, realizada a los dos grupos: grupo experimental y grupo control.

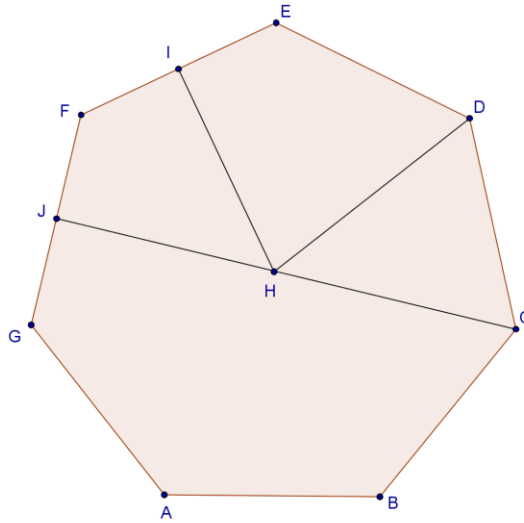
EVALUACIÓN TIPO ICFES

Responder las preguntas 1 a 4 de acuerdo a la siguiente gráfica:



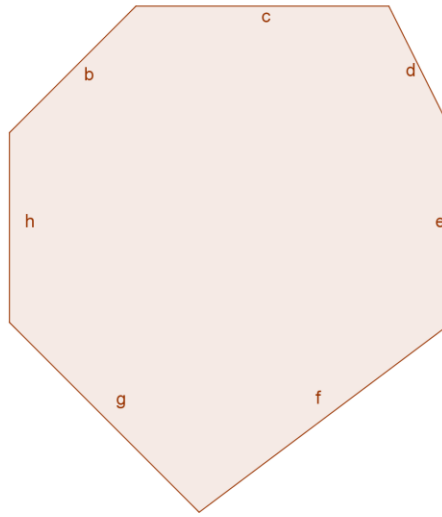
1. Las letras A, B, C, D, E, F, G y H representan:
 - a. Lados
 - b. Vértices
 - c. Aristas
 - d. Diagonales
2. Los segmentos de recta AB, BG, GH, HA, DF, FE, EC, CD, AC, BD, GF, y HE reciben el nombre de:
 - a. Caras
 - b. Vértices
 - c. Aristas
 - d. Diagonales
3. Los segmentos de recta HD, GC, FA y BE reciben el nombre de:
 - a. Lados
 - b. Vértices
 - c. Aristas
 - d. Diagonales
4. La región plana ABDC del prisma, representa:
 - a. Una cara
 - b. Una arista
 - c. Un lado
 - d. Una tapa

Responder las preguntas 5 a 9 de acuerdo a la siguiente gráfica de un polígono:



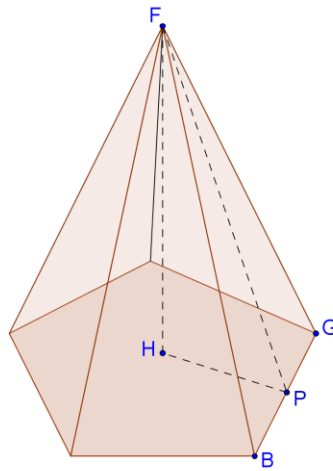
5. El segmento de recta AB en el polígono, equivale a:
 - a. Un radio
 - b. Una apotema
 - c. Una altura
 - d. Un lado
6. El segmento de recta HI en el polígono, equivale a:
 - a. Un radio
 - b. Una apotema
 - c. Una altura
 - d. Una diagonal
7. El segmento de recta HD en el polígono, equivale a:
 - a. Un radio
 - b. Una apotema
 - c. Una altura
 - d. Una diagonal
8. El ángulo DHC del polígono es un:
 - a. Angulo interior
 - b. Angulo exterior
 - c. Angulo central
 - d. Angulo agudo
9. El polígono recibe el nombre de:
 - a. Hexágono
 - b. Heptágono
 - c. Octágono
 - d. Pentágono

Responder las preguntas 10 y 11 de acuerdo a la siguiente gráfica:



10. El polígono dado se puede descomponer en polígonos más simples para determinar su área y pueden ser:
- Dos rectángulos y un triángulo.
 - Un rectángulo, un trapecio y un triángulo.
 - Tres triángulos.
 - Tres triángulos y un cuadrado.
11. La suma de los lados h, b, c, d, e, f y g equivale en el polígono a:
- El perímetro
 - El área
 - La altura
 - El volumen
12. Al construir un cuerpo geométrico en cartulina con cuatro triángulos equiláteros congruentes, se obtiene un poliedro llamado:
- Prisma
 - Tetraedro
 - Cubo
 - Pirámide
13. Al construir un cuerpo geométrico en cartulina con un cuadrado y cuatro triángulos isósceles congruentes, con uno de los lados del triángulo de igual medida que los lados del cuadrado, se obtiene un poliedro llamado:
- Prisma cuadrado
 - Cubo
 - Tetraedro
 - Pirámide cuadrada
14. Al construir un cuerpo geométrico en cartulina con dos pentágonos congruentes y cinco rectángulos congruentes de igual ancho que los lados de los pentágonos, se obtiene un poliedro llamado:
- Prisma pentagonal
 - Prisma Rectangular
 - Pirámide rectangular
 - Pirámide pentagonal

Responder las preguntas 15 a 21 de acuerdo a la siguiente gráfica:



15. El poliedro representado es:

a. Prisma recto pentagonal	c. Pirámide recta pentagonal
b. Prisma oblicuo pentagonal	d. Pirámide oblicua pentagonal

16. El poliedro representado tiene el siguiente número total de caras:

a. 5	b. 6	c. 7	d. 8
------	------	------	------
17. El poliedro representado tiene el siguiente número de vértices:

a. 5	b. 6	c. 7	d. 8
------	------	------	------

18. El poliedro representado tiene el siguiente número de aristas:

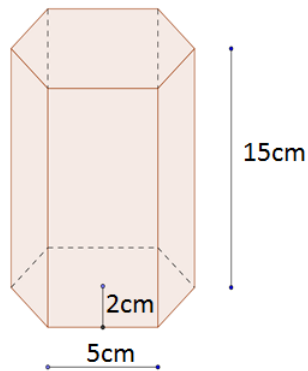
a. 4	b. 6	c. 8	d. 10
------	------	------	-------
19. Dados los segmentos de recta $HP = 7\text{m}$, $BG = 10\text{m}$ y $FP = 20\text{m}$; el área de la base de la pirámide es:

a. 750m^2	b. 325m^2	c. 175m^2	d. 350m^2
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------
20. Dados los segmentos de recta $HP = 7\text{m}$, $BG = 10\text{m}$ y $FP = 20\text{m}$; el área lateral de la pirámide es:

a. 750m^2	b. 325m^2	c. 500m^2	d. 350m^2
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------
21. Dados los segmentos de recta $HP = 7\text{m}$, $BG = 10\text{m}$ y $FP = 20\text{m}$; el área total de la pirámide es:

a. 750m^2	b. 925m^2	c. 675m^2	d. 350m^2
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

Responder las preguntas 22 a 25 de acuerdo a la siguiente gráfica:



22. El poliedro representado es:
- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| a. Prisma recto hexagonal | c. Pirámide recta hexagonal |
| b. Prisma oblicuo hexagonal | d. Pirámide oblicua hexagonal |
23. El área de una base del prisma es:
- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| a. 30cm^2 | b. 60cm^2 | c. 10cm^2 | d. 20cm^2 |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
24. El área lateral del prisma es:
- | | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| a. 75cm^2 | b. 450cm^2 | c. 510cm^2 | d. 480cm^2 |
|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
25. El área total del prisma es:
- | | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| a. 75cm^2 | b. 450cm^2 | c. 510cm^2 | d. 480cm^2 |
|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|

TABLA 1: RESULTADOS DE LA EVALUACION TIPO ICFES EN NOVENO

Evaluación aplicada a 28 estudiantes de grado noveno en la Institución Educativa Naranjal de Chinchiná Caldas.

Fecha: Mayo 29 de 2013

INDICADOR DE LOGRO	RESPUESTA ESPERADA	NÚMERO DE PREGUNTA	RESPUESTAS ACERTADAS DE 28 POSIBLES	PORCENTAJE DE ACERTADAS
Reconocer Elementos de un poliedro (ortopedro)	VERTICE	1	22	79
	ARISTA	2	16	57
	DIAGONAL	3	25	89
	CARA	4	27	96
Reconocer Elementos de un Polígono	LADO	5	24	86
	APOTEMA	6	22	79
	RADIO	7	21	75
	ANGULO C	8	17	61
	NOMBRE DEL P	9	24	86
Hallar polígonos en una figura	TRES POLIGONOS OCULTOS	10	28	100
Definir perímetro	PERIMETRO	11	17	61
Clasificar y dar nombres De Poliedros Graficados	NOMBRE DE POLIEDRO REG	12	15	54
	NOMBRE DE PIRAMIDE	13	17	61
	NOMBRE DE PRISMA	14	22	79
	PIRAMIDE RECTA U OBLICUA	15	12	43
	PRISMA RECTO U OBLICUO	22	25	89
Identificar y contar Elementos de poliedros	No CARAS	16	13	46
	No VERTICES	17	13	46
	No ARISTAS	18	20	71
Hallar área de una Pirámide	AREA DE LA BASE	19	15	54
	AREA LATERAL	20	4	14
	AREA TOTAL	21	9	32
Hallar área de un Prisma	AREA DE LA BASE	23	19	68
	AREA LATERAL	24	6	21
	AREA TOTAL	25	11	39

TABLA 2: RESULTADOS DE LA EVALUACION TIPO ICFES EN ONCE

Evaluación aplicada a 28 estudiantes de grado once en la Institución Educativa Naranjal de Chinchiná Caldas.

Fecha: Mayo 27 de 2013

INDICADOR DE LOGRO	RESPUESTA ESPERADA	NÚMERO DE PREGUNTA	RESPUESTAS ACERTADAS DE 28 POSIBLES	PORCENTAJE DE ACERTADAS
Reconocer Elementos de un poliedro (ortopedro)	VERTICE	1	21	75
	ARISTA	2	22	79
	DIAGONAL	3	28	100
	CARA	4	26	93
Reconocer Elementos de un Polígono	LADO	5	22	79
	APOTEMA	6	8	29
	RADIO	7	9	32
	ANGULO C	8	5	18
	NOMBRE DEL P	9	22	79
Hallar polígonos en una figura	TRES POLIGONOS OCULTOS	10	20	71
Definir perímetro	PERIMETRO	11	12	43
Clasificar y dar nombres De Poliedros Graficados	NOMBRE DE POLIEDRO REG	12	9	32
	NOMBRE DE PIRAMIDE	13	22	79
	NOMBRE DE PRISMA	14	23	82
	PIRAMIDE RECTA U OBLICUA	15	9	32
	PRISMA RECTO U OBLICUO	22	25	89
Identificar y contar Elementos de poliedros	No CARAS	16	18	64
	No VERTICES	17	21	75
	No ARISTAS	18	24	86
Hallar área de una Pirámide	AREA DE LA BASE	19	12	43
	AREA LATERAL	20	8	29
	AREA TOTAL	21	11	39
Hallar área de un Prisma	AREA DE LA BASE	23	14	50
	AREA LATERAL	24	8	29
	AREA TOTAL	25	6	21

ANALISIS DE RESULTADOS DE LA EVALUACION TIPO ICES

La evaluación realizada consta de 25 preguntas de selección múltiple con única respuesta. Para la muestra de estudiantes de grado noveno se tomaron solamente 28 de ellos, que trabajaron en la estrategia con una motivación tibia para estudiar. Los motivos de porque no se incluyeron todos los estudiantes del grupo experimental no se exponen, para no salirse del tema de análisis. De grado once si se tienen en cuenta el total de los 28 estudiantes, porque ellos muestran buena disposición para realizar las actividades.

Para el análisis se parte de que con la evaluación se buscó observar los siguientes siete indicadores de logro:

- Identificar los elementos de un poliedro, buscando que en un gráfico de un ortoedro, los estudiantes identificaran los elementos: vértices, aristas, diagonales y caras. Los estudiantes de noveno aciertan en un 79% al identificar vértices y en un 96% las caras del ortoedro. El porcentaje para identificar las aristas es un poco más bajo, 57% de parte de este grado. Los estudiantes de once llegaron a resultados similares, aciertan en un 75% al identificar vértices y en un 93% las caras del ortoedro. El porcentaje para identificar las aristas es mejor para grado once con 79% de aciertos. Comparativamente se evidencia mejor visualización de los elementos caras y vértices en noveno, pero no en visualización de aristas.
- Identificar los elementos de un polígono: lado, apotema, radio y ángulo central; además de dar el nombre del polígono. Los estudiantes de noveno aciertan en un 86% al identificar lado, 79% apotema, 75% radio y 61% ángulo central, además el 86% escogen bien el nombre del polígono. Los estudiantes de once aciertan en un 79% al identificar lado, 29% apotema, 32% radio y 18% ángulo central, además el 79% escogen bien el nombre del polígono. Comparativamente, los resultados en noveno son evidentemente mejores y se puede deducir que el trabajo virtual que no se desarrolló con los estudiantes de once en este indicador de logro, pudo marcar la diferencia.
- Encontrar polígonos básicos ocultos en un polígono irregular es más sencillo para estudiantes de noveno 100% de acierto contra un 71%. Definir perímetro es más acertado con un 61% para estudiantes de noveno, frente a un 43% de acierto en estudiantes de once. Este indicador es preocupante porque no definir perímetro les crea muchos inconvenientes para procesos posteriores de aprendizaje y al observar otras respuestas, se encuentra que

confunden perímetro con área. El hecho de que estén mejor los de noveno en estos dos indicadores, permite deducir que el trabajo virtual que no se desarrolló con los estudiantes de once, pudo marcar la diferencia.

- Clasificar poliedros, contar sus elementos y especificar su nombre: nombre de un poliedro regular, de una pirámide y de un prisma. Especificar el nombre de un poliedro regular es el peor resultado de este indicador en los dos grupos, siendo más malo para once con 32% de aciertos, frente a 54% en noveno. Especificar el nombre de una pirámide dio mejores resultados en once con 79% de acierto, frente a un 61% en noveno. Especificar el nombre de un prisma, también fue mejor para once 82%, aunque muy cercano al valor de noveno 79% de acierto. La ventaja de once frente a noveno se da por la mejor disposición del grupo para las actividades, porque se utilizó el mismo material concreto en ambos. Quedó pendiente verificar si mejoran los resultados para noveno, cuando se ejercite con las simulaciones virtuales en GeoGebra.

Distinguir entre pirámide recta y oblicua o entre prisma recto y oblicuo, no es muy claro, ya que los resultados de la tabla muestran que en los dos grupos la mayoría saben distinguir entre prisma recto y oblicuo, pero no entre pirámide recta y oblicua, lo cual no tiene lógica. Faltó ejercitar esta diferencia entre poliedros.

- Identificar y contar elementos de una pirámide: número de caras, número de vértices y número de aristas. Fueron mejores los resultados de acierto en once que en noveno. La ventaja de once frente a noveno se da por la mejor disposición del grupo para las actividades, porque se utilizó el mismo material concreto en ambos grupos. Quedó pendiente verificar si mejoran los resultados para noveno, cuando se ejercite con las simulaciones virtuales en GeoGebra.

- Determinar el área de una pirámide: área de la base y área lateral, muestra mejores resultados en noveno para hallar el área de la base, 54% de aciertos frente a 43% en once; pero en el área lateral ambos obtuvieron bajos resultados 14% de aciertos en noveno frente a 29% de once. Al parecer en noveno se ha dificultado visualizar la pirámide, pero no su base.

- Determinar el área de un prisma: área de la base y área lateral. Muestra mejores resultados en noveno para hallar el área de la base, 68% de aciertos frente a 50% en once; pero en el área lateral ambos obtuvieron bajos resultados 14% de aciertos en noveno frente a 29% de once. Al parecer en noveno se ha dificultado visualizar el prisma, pero no su base.

Respecto al área total es muy confuso el resultado, porque el porcentaje en el caso de área de pirámide 39% es mayor que el de área lateral 21%, lo que no es diciente porque proviene de la suma de área de la base con área lateral y se observa una elección de respuesta aleatoria por parte de varios estudiantes.

Si se considera que la evaluación general se aprueba con 60 puntos o más, de un total de 100 puntos; se observó que en el grupo experimental aprobaron 17 estudiantes de 28 (61%), mientras que en el grupo control aprobaron 10 de 28 (36%). Esto indica que la estrategia aplicada al grupo experimental, funcionó mejor que el método usado con el grupo control, aunque no se haya desarrollado en un cien por ciento.

CONCLUSIONES

- Los resultados con el grupo experimental son satisfactorios, a pesar de lo comentado en el diario de clase de la guía 1, que es un grupo más difícil, de menos motivación y disposición para estudiar por estar en un salón de clase muy estrecho para ellos y porque pasaron de estar en un grupo de veinte estudiantes a un grupo de 40 estudiantes; además existe un pequeño grupo de ocho estudiantes que no muestran interés por las clases y motivan a sus compañeros para que no ejecuten sus labores educativas (los casos específicos tienen seguimiento psicológico por motivos particulares). Las clases con noveno son a las dos últimas horas y con once a las dos primeras horas, lo cual influye en la disposición para estudiar. Por ser noveno un grupo más difícil se escogió como grupo experimental y por experiencia de trabajo con estos estudiantes desde el año anterior, he podido observar que han tenido mejores resultados en las evaluaciones bimestrales tipo ICFES con la estrategia aplicada, respecto al año anterior.
- El grupo once también muestra resultados satisfactorios aunque con el mérito de tener buena disposición para realizar las actividades y que en los ejercicios también utilizaron material concreto.
- La evaluación tipo ICFES se ordenó en orden cronológico respecto al desarrollo de los indicadores de logro desarrollados en el aula. De acuerdo a este orden, se puede observar que en los tres primeros indicadores, los resultados son más favorables para el grupo experimental, debido a la estrategia, porque con este grupo se utilizaron laboratorios en físico con material concreto y laboratorios virtuales con el software GeoGebra. Lo anterior se evidencia, observando resultados de los tres primeros indicadores de logro en la tabla de resultados de la evaluación tipo ICFES.
- El hecho de no trabajar las simulaciones virtuales de los poliedros, por falta de tiempo y disposición de sala de sistemas, influyó para que los resultados del grupo experimental no fueran mejores en la visualización de una pirámide, contando los elementos de la pirámide y también al determinar su área lateral. Lo mismo no se puede concluir en el cálculo de área de la base, tanto en prismas como en pirámides, ya que fueron mejores los resultados del grupo experimental. Si se asume que tiene mayor grado de dificultad determinar el área de un polígono de cinco lados o más, que el área de un rectángulo o de un triángulo, el grupo experimental mostró mejores resultados frente a la actividad más compleja, lo cual se pudo dar por el trabajo virtual adicional con polígonos.
- En la segunda etapa, teniendo en cuenta la determinación de área de poliedros como un proceso de hallar primero el área de la base, después el área lateral y por último la suma de las dos anteriores, se observa que realizan mejor el

cálculo de área de la base los estudiantes del grupo experimental. No sucede lo mismo al determinar el área lateral, con una leve mejoría para el cálculo por parte del grupo control, aunque ambos muestran mal resultado en estas respuestas. Queda por determinar si este indicador de logro mejora para el grupo experimental con la aplicación de la totalidad de herramientas de la estrategia.

- En ambos grupos falta ejercitar más el concepto de área de poliedros. De la guía 6 quedó pendiente un ejercicio 3 en la actividad D, muy importante para mejorar el concepto de área, en el cual se solicita construir poliedros a partir de sus desarrollos en el plano y posteriormente determinar el área de cada sólido construido. También faltó realizar ejercicios de problemas propuestos en los textos escolares. Sin embargo, los resultados de cálculo de área de la base, muestran resultados muy aceptables para el grupo experimental y con el proceso que falta se puede mejorar en la determinación del área lateral, que tiene menor complejidad.

- Los estudiantes de once muestran una mejor visualización de algunos de los objetos, posiblemente por la edad y la mejor actitud de trabajo. Se espera que el grado noveno mejore en visualización, cuando se aplique la guía de axonometría (guía 7) para realizar gráficos bidimensionales de objetos tridimensionales, tal como lo sostienen Blanco Haydeé y Castellanos Espinal Idania Marvely en las tesis de grado referenciadas en la bibliografía.

- La estrategia necesita un seguimiento personalizado de las actividades, lo que se dificulta en la medida en que aumenta el número de estudiantes por grupo.

- El cronograma de actividades propuesto en el proyecto, no se cumplió en los tiempos programados, debido a varias actividades que lo impidieron, tales como: direcciones de grupo, juegos inter colegiados, reuniones con sicóloga, programación de sala de sistemas, reuniones de docentes, etc. Esto no permitió realizar en un 100% la estrategia, quedando actividades pendientes y la aplicación de la guía 7 de axonometría.

RECOMENDACIONES

- Debido a que se observan resultados satisfactorios en la aplicación de la estrategia y como este trabajo es de tipo exploratorio, se puede realizar con la misma estrategia, una investigación del tipo descriptivo o correlacional.
- Es conveniente realizar la estrategia haciendo un seguimiento personalizado, ya que se observaron mejores resultados en los estudiantes que más participaban de las actividades.
- La mejor disposición de trabajo del grupo control pudo ser porque la clase con ellos se orientaba en las dos primeras horas de la jornada académica y por tanto se puede verificar la aplicación de la estrategia, teniendo en cuenta esta variable.
- Como se observa un nivel pobre de desarrollo en pensamiento concreto y abstracto en los jóvenes de secundaria, se deben realizar ejercicios y laboratorios sencillos pero novedosos para trabajarlos, es importante para mejorar el aprendizaje, desarrollar estos pensamientos con los estudiantes de sexto a once en las asignaturas de matemáticas, partiendo de analizar qué tan avanzados estén en ambos tipos de pensamiento.
- El desarrollo de pensamiento abstracto con ayuda de simuladores virtuales parece mejorar el aprendizaje en los estudiantes, tal y como se comparó en el presente trabajo.
- Aplicar una guía de perspectiva para desarrollar pensamiento abstracto, mejora el aprendizaje, tal y como se plantea en las tesis de grado de Blanco Haydeé y Castellanos Espinal Idania Marvel, referenciadas en la bibliografía.
- Con el conjunto de guías utilizadas en el presente trabajo y una guía de perspectiva, se puede estructurar una unidad didáctica que sirva de orientación a docentes que enseñen geometría en educación básica secundaria y media, utilizándola en los grados donde se desarrollen las temáticas de las guías.

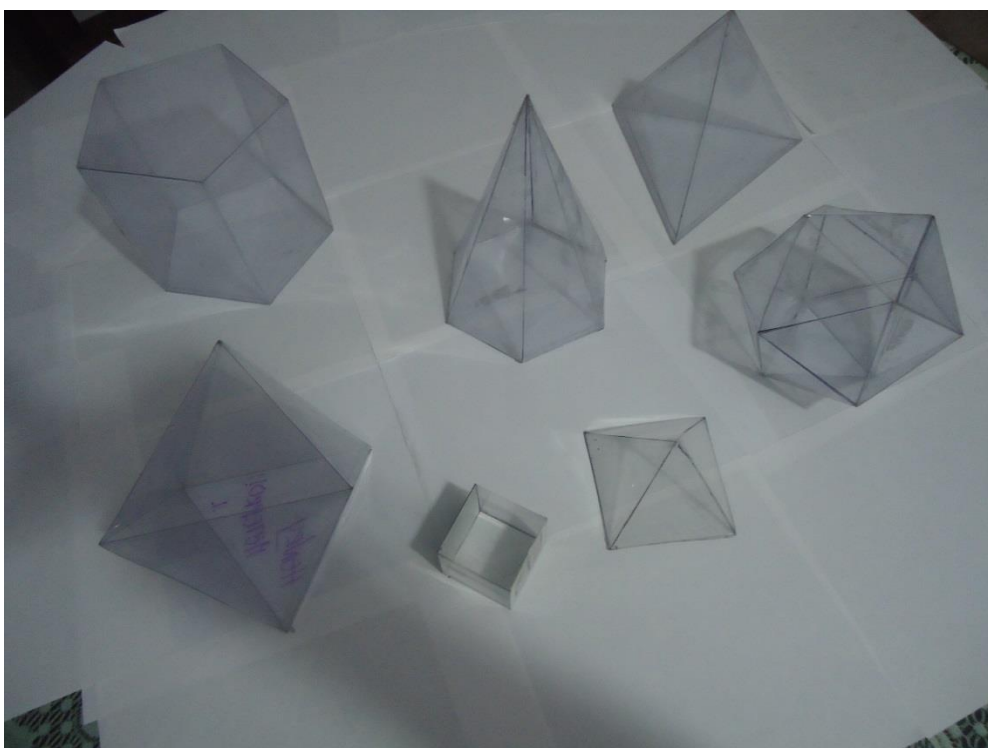
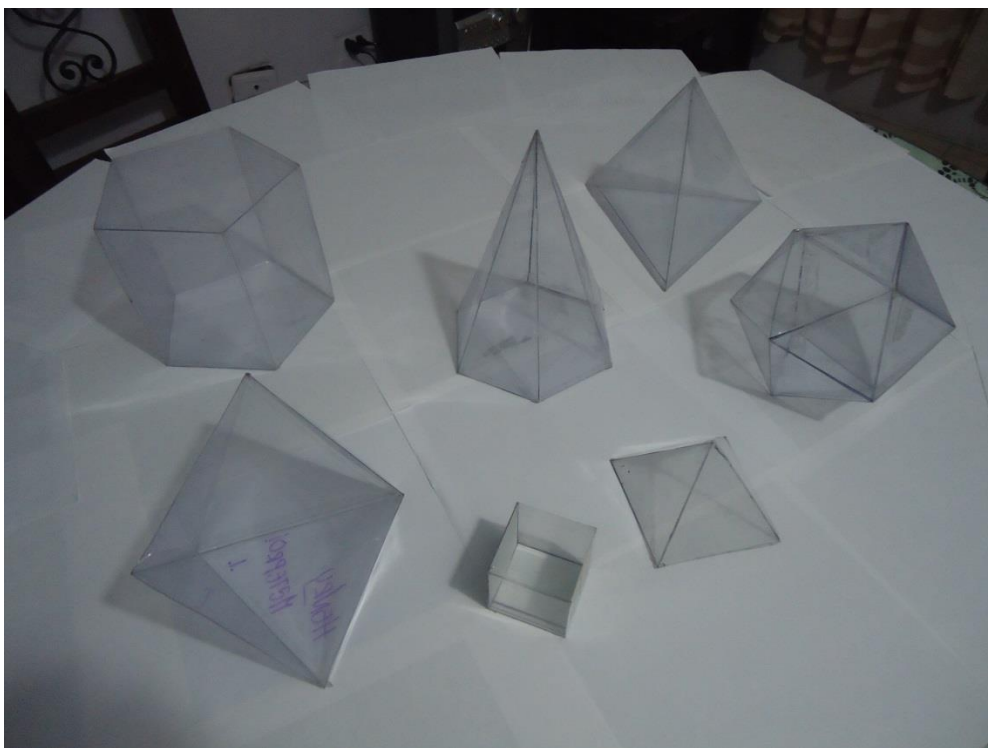
LISTA DE ANEXOS

	Pág.
APENDICE A: FOTOS DE ESTUDIANTES EN EL PROCESO EDUCATIVO	47
APENDICE B: FOTOS DE SOLIDOS GEOMETRICOS SEMI TRANSPARENTES UTILIZADOS EN LA ESTRATEGIA	48
APENDICE C: FOTOS DE LOS SOLIDOS OPACOS UTILIZADOS EN LA ESTRATEGIA	49
APÉNDICE D: ALGUNOS DE LOS OBJETOS REALIZADOS POR LOS ESTUDIANTES	50
APENDICE E: FIGURAS PLANAS EN GeoGebra	51
APENDICE F: POLIEDROS TRIDIMENSIONALES EN GeoGebra	52
APENDICE G: GUIAS Y DIARIOS DE CLASE	54

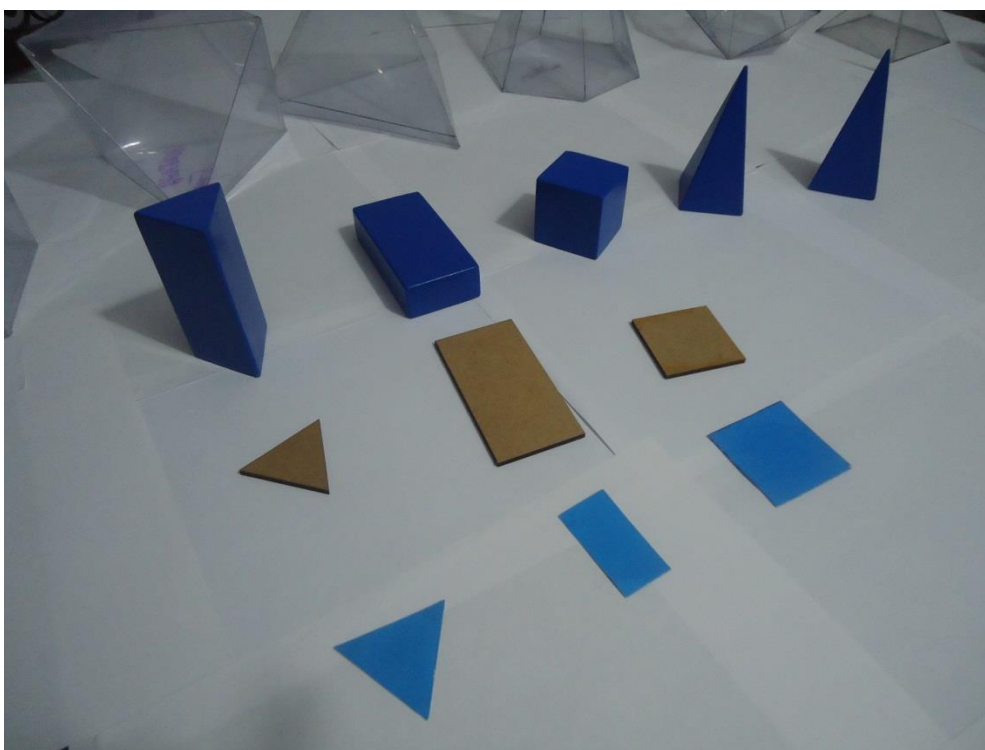
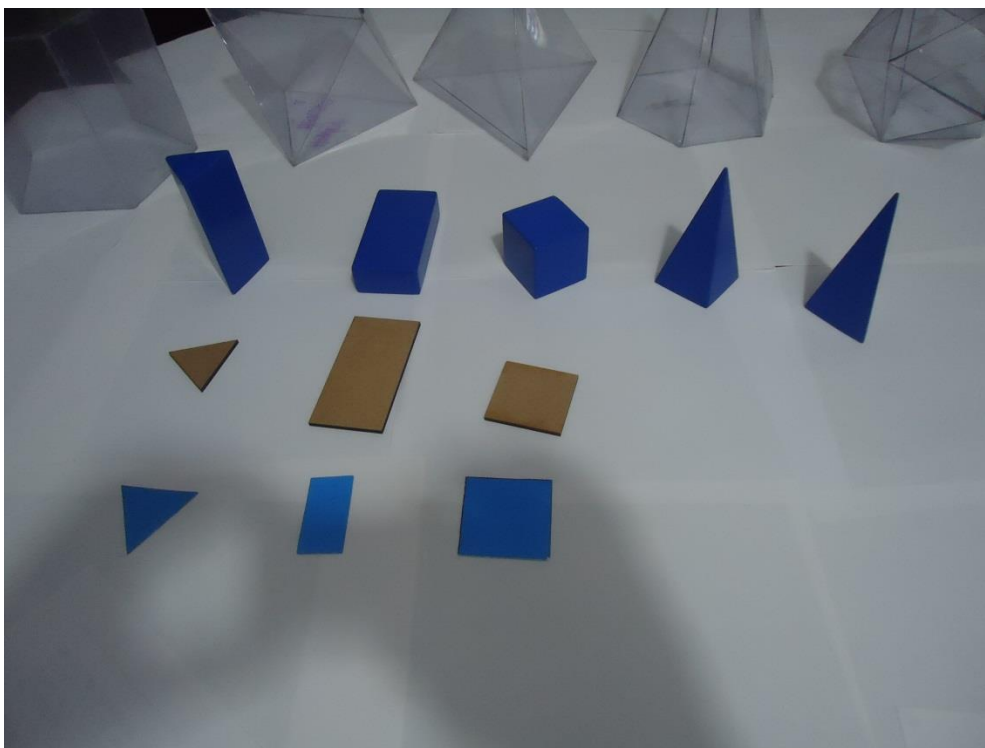
APENDICE A: FOTOS DE ESTUDIANTES EN EL PROCESO EDUCATIVO



APENDICE B: FOTOS DE SOLIDOS GEOMETRICOS SEMI TRANSPARENTES
UTILIZADOS EN LA ESTRATEGIA

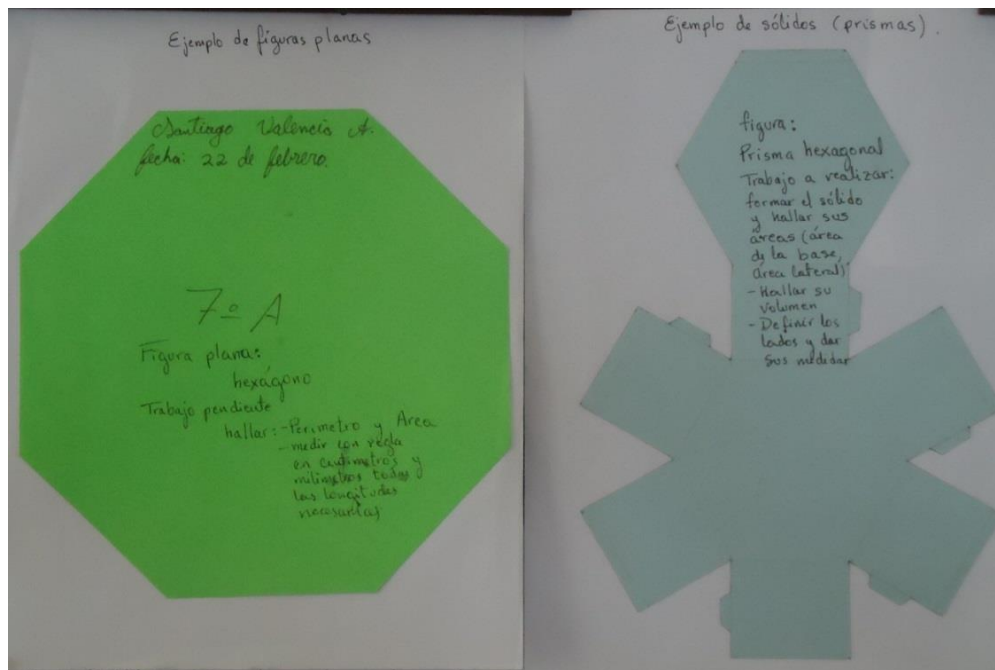


APENDICE C: FOTOS DE SOLIDOS OPACOS UTILIZADOS EN LA ESTRATEGIA

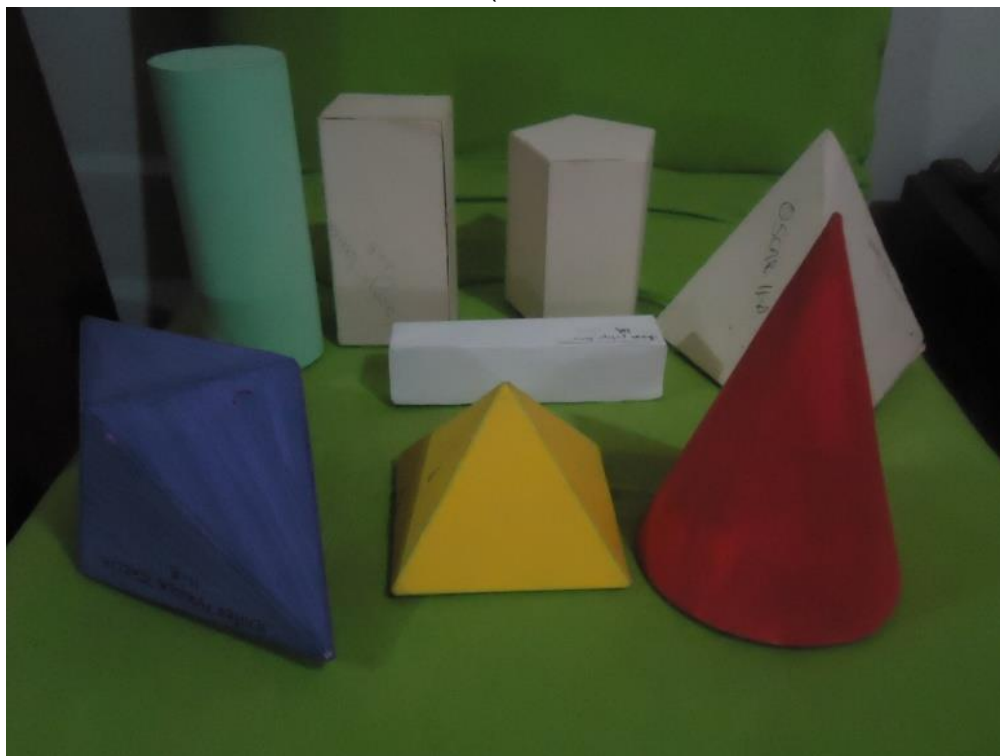


APÉNDICE D: OBJETOS REALIZADOS POR LOS ESTUDIANTES

FIGURAS PLANAS

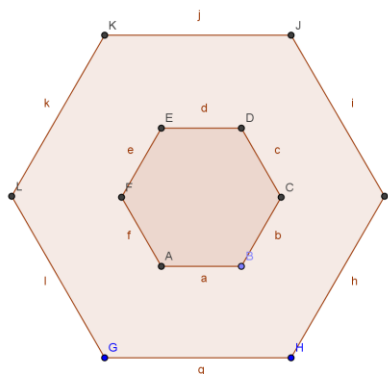


CUERPOS GEOMÉTRICOS (PRISMAS, PIRÁMIDES Y OCTAEDROS)



APENDICE E: FIGURAS PLANAS EN GeoGebra

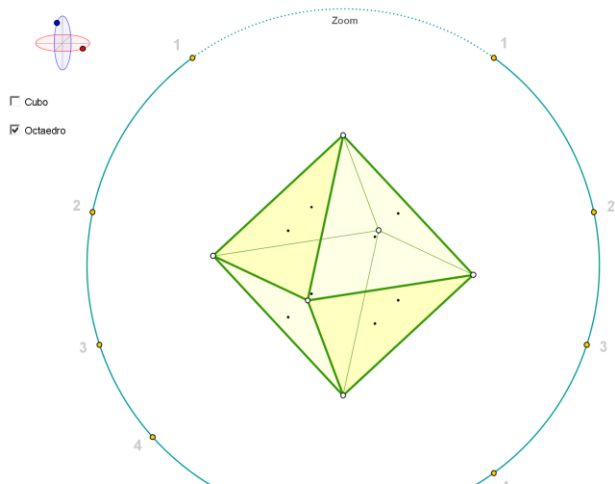
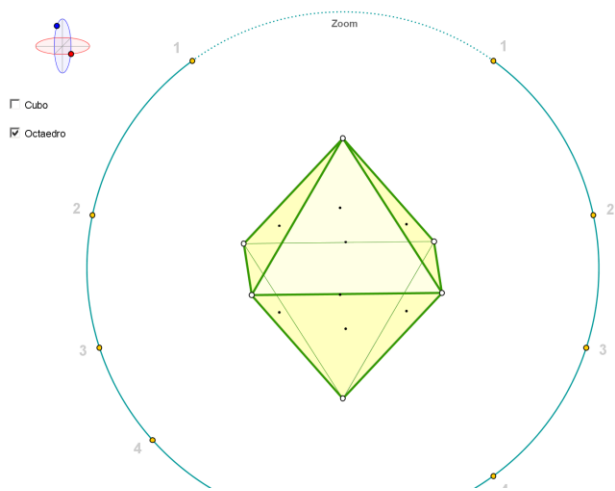
A continuación se muestra una figura realizada en Geogebra, en la cual se observan dos hexágonos con los cuales se pueden construir conceptos. La herramienta virtual permite determinar longitudes de las líneas, áreas, trazar otras líneas notables, trasladar y rotar las figuras, según se haya planeado en la guía didáctica para favorecer el aprendizaje.

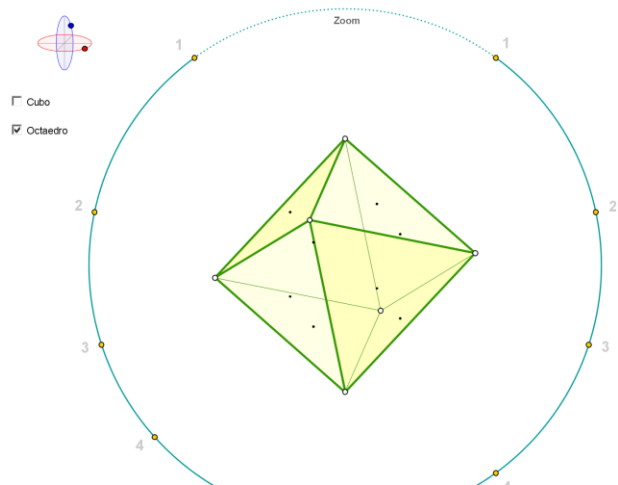


Con la ayuda del internet, se puede acceder a páginas con contenidos interactivos en diversos temas de geometría que se podrían explorar en el caso de que se cuente con aulas virtuales.

APENDICE F: POLIEDROS TRIDIMENSIONALES EN GeoGebra

A continuación se muestran tres imágenes de un octaedro que se obtienen manipulando deslizadores en el mismo archivo, permitiendo ver el objeto tridimensional desde diferentes ángulos, con simulaciones de manipulables virtuales en GeoGebra (bajadas de la página web www.geometriadinamica.es)





APENDICE G: GUIAS Y DIARIOS DE CLASE

A continuación se presentan seis guías aplicadas en la estrategia con el grupo experimental y cada guía va acompañada de su seguimiento con un diario de campo.

GUIA No. 1

CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE POLÍGONOS

Indicadores de logro.

- Define en forma intuitiva los conceptos de punto, línea, plano y polígono.
- Contrasta los conceptos con objetos reales.
- Reconoce los elementos de un polígono.
- Distingue un prisma de un polígono.

Materiales para desarrollar las actividades de laboratorio en la guía:

- Juego de cuerpos geométricos en madera y cartulina.
- Almohadilla con tinta.
- Regla.
- Hojas en blanco.
- Cuaderno de la asignatura.

A

Elaborar en equipo la siguiente actividad.

1. Dar cinco ejemplos de cuerpos físicos y cinco ejemplos de cuerpos geométricos.
2. Graficar un punto, darle un nombre y expresar con sus palabras lo que es un punto.
3. Graficar una línea recta, darle un nombre y expresar con sus palabras que es línea.
4. Graficar un plano, darle un nombre y expresar con sus palabras lo que es un plano.
5. Elaborar polígonos de 3, 4, 5 y 6 lados, definir con sus palabras que es polígono.

B

CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

Una idea intuitiva de una región plana se puede abstraer de observaciones cotidianas como la parte superior de un líquido en reposo en una piscina o en un lago, cuando el contenido está sin perturbación externa alguna (viento, movimientos externos, desagües, etc.) y mejor aún, si se congela este cuerpo de agua y se puede tocar. También se puede intuir a partir de objetos artificiales

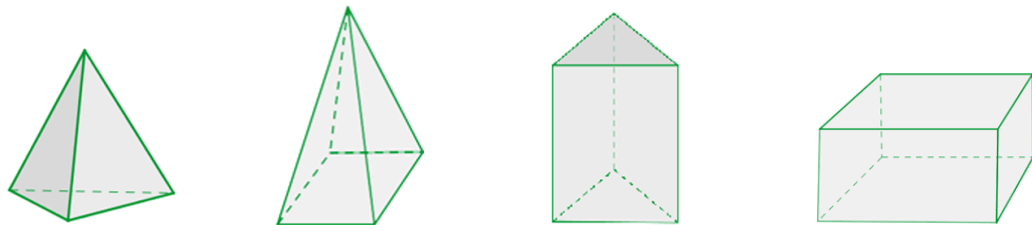
como una hoja de papel, el tablero del salón, una pared lisa, un vidrio que tenga en una de sus caras, una superficie superior como la del lago; entre otros. En estos tipos de cuerpos como en el lago congelado se puede definir la región plana como el límite (superior para este caso) entre el cuerpo y el medio o espacio que los separa. Esta región plana se denomina superficie plana. Esta región plana o superficie plana no tiene ningún espesor y se puede apreciar físicamente en un sencillo ejemplo, en las sombras de objetos opacos, producidas sobre objetos de caras planas; por ejemplo, la sombra de un objeto opaco sobre una pared. Si una región plana se extiende en todas las direcciones (hacia todos los lados) se forma un plano.

Un cuerpo es todo objeto que ocupa un lugar en el espacio. Un cuerpo geométrico o sólido geométrico es una porción del espacio limitado por caras planas y/o curvas. Los cuerpos geométricos se pueden observar en distintos objetos naturales, por ejemplo en algunos cristales naturales. Si el cuerpo está limitado solamente por caras planas, se denomina poliedro. Los poliedros se han construido en forma artificial por la especie humana para diferentes usos. Al observar los objetos artificiales en su entorno, se puede observar en la mayoría de ellos, formas geométricas planas y curvas.

Actividad de laboratorio 1

El objetivo de esta actividad es observar elementos básicos de geometría en objetos físicos.

En clase el docente le entrega cuatro poliedros irregulares, dos pirámides y dos prismas, con el objetivo de observar algunos elementos característicos en ellos.



La intersección entre dos cara planas es un _____ y en estos poliedros se le llama arista.

La intersección entre tres o más aristas es un _____ que se denomina vértice.

Actividad de laboratorio 2

El objetivo de esta actividad es reconocer cuales son los límites de un poliedro y especificar qué elementos geométricos los componen.

Realizar la siguiente actividad con cada uno de los cuatro poliedros.

Ubicar una de sus caras sobre una almohadilla con tinta, luego estampar la cara sobre la hoja de su cuaderno y repetir lo mismo con las otras caras del poliedro. El objeto sobre el plano de la hoja, es de características similares a una sombra sobre la hoja porque no se percibe su espesor, luego se considera que el estampado es una figura plana sobrepuesta en el plano de la hoja del cuaderno.

Las fronteras o contorno de las figuras estampadas son _____ y equivalen a los lados de un _____.

Al marcar con un lápiz negro o de color el contorno de cada figura, se obtienen figuras de líneas llamadas _____.

Las figuras estampadas tienen como nombre general: _____.

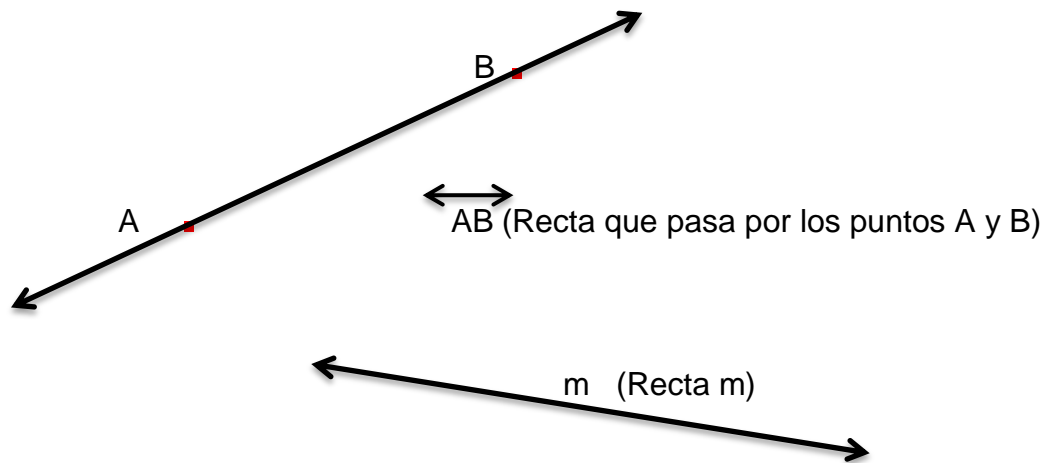
Punto, recta y plano

El punto es el elemento más simple, no tiene tamaño, solo tiene posición. La idea de punto se asocia a la marca que deja la punta de un lápiz sobre una hoja de papel. Convencionalmente, los puntos se nombran con letras mayúsculas.

A

- Significa el punto A

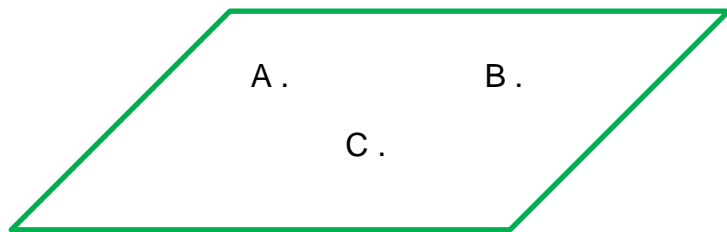
La recta se considera como un conjunto infinito de puntos que se prolonga indefinidamente en dos sentidos opuestos. La marca que deja un lápiz al pasar por dos puntos usando el borde de una regla, da la idea de recta. En la representación de una recta, se trazan flechas en sus extremos para indicar que no termina. Las rectas se nombran con letras mayúsculas que indican dos de sus puntos o mediante una letra minúscula.



La intersección de dos rectas es un punto.

Tres puntos distintos, que no están sobre la misma recta, determinan un **plano**. El plano se extiende indefinidamente.

A continuación se representa gráficamente una región del plano ABC



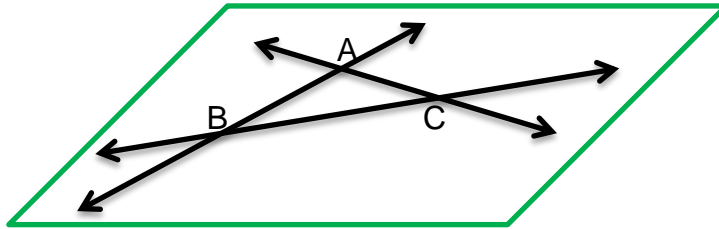
Los puntos que pertenecen a una misma recta son **colineales** y los puntos que están en un mismo plano se llaman **coplanarios**.

Un **segmento de recta** es el conjunto de todos los puntos de una recta que hay desde un punto A hasta otro punto B, incluyendo estos puntos A y B.



Segmento de recta \overline{AB}

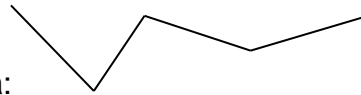
Ejemplo: A partir del gráfico dado nombrar una recta, un punto, un plano, un par de puntos colineales y un segmento de recta. (El gráfico representa una hoja de papel sobre la cual se han trazado tres líneas)



Solución: \longleftrightarrow BA es una recta, A es un punto, ABC es un plano, C y A son puntos colineales, AC es un segmento de recta.

POLÍGONOS

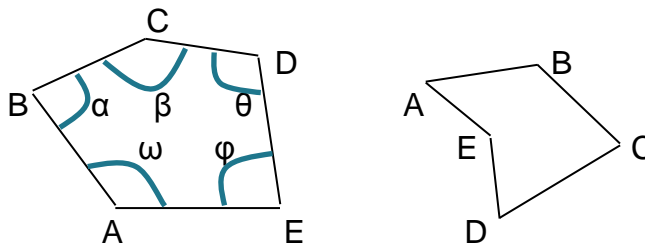
Una **línea poligonal** es la unión de un número cualquiera de segmentos de recta, con la condición de unir los segmentos por sus extremos para formar una línea poligonal abierta o cerrada.



Gráfica de una línea poligonal abierta:

Un **polígono** es una porción del plano o región plana limitada por una línea poligonal cerrada.

A continuación se representan dos polígonos.



ELEMENTOS DE UN POLÍGONO

Los **vértices** de los polígonos anteriores son los puntos A, B, C, D y E, los cuales equivalen a la intersección de los segmentos que forman la línea poligonal.

Los **lados** de los polígonos son los segmentos AB, BC, CD, DE y EA.

Los **ángulos internos** son el ángulo BAE o ω , ángulo CBA o α , ángulo DCB o β , ángulo EDC o θ y ángulo AED o ϕ .

Una **diagonal** es un segmento que une dos vértices no consecutivos en cada polígono, ejemplo BE es una diagonal que resultaría de trazar un segmento desde B hasta E en cada uno de los polígonos anteriores.

Actividad de Laboratorio 3

El objetivo de esta actividad es que el estudiante pueda diferenciar entre prisma y polígono.

Entregar a los estudiantes tres prismas triangulares de diferente altura (uno de ellos elaborado en cartulina), pedir a los estudiantes que midan la altura de cada prisma.

¿Cual es la altura del prisma?

¿Como se mide la altura de un prisma?

¿Existen instrumentos de medición para alturas o espesores de escala milimétrica y micrométrica?

Enumerar algunos de los instrumentos de medida de longitud.

¿Los prismas en cartulina de qué forma podrian representar poligonos?

C

Ejercicios:

1. Conseguir una caja de cartón y señalar en ella las caras de la caja, en cada cara señalar sus vértices, los lados, las diagonales y los ángulos internos.
2. Dibujar en el cuaderno cada una de las caras de la caja y nombrar en ellas todos los vértices, lados, ángulos internos y dibujarles las diagonales con líneas punteadas.
3. Grafique la caja, nombrar en ella los vértices, dos puntos coplanarios, dos regiones planas y dos segmentos.
4. En otra grafica de la caja nombrar las aristas, vértices, las caras planas y las diagonales del prisma rectangular (caja).

D

Tarea.

1. Elaborar cinco polígonos y especificar cómo se llama cada uno. Un polígono de tres lados, otros de cuatro, cinco, seis y siete lados.
2. Nombrar en cada polígono, todos sus elementos.

DIARIO DE CAMPO DE LA GUÍA NO. 1 "CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE POLÍGONOS"

Fechas para grado noveno: Del 29 de enero al 15 de febrero

Fechas para grado once: Febrero 27, marzo 4, 6, 11.

Propósito: Describir los acontecimientos en el aula al aplicar la metodología propuesta para el trabajo de grado en un grupo experimental y en un grupo de control.

Grupo experimental: un grupo conformado por estudiantes de grado noveno.

Inicialmente había comenzado la estrategia con dos grupos de noveno, donde uno de ellos era grupo control y cada grupo tenía 20 estudiantes, pero por disposición administrativa, se fusionaron los dos grupos, lo cual ha causado traumatismo y desmotivación en algunos estudiantes, posiblemente por el hacinamiento en que quedaron y por motivación personal. Algunos de los estudiantes desmotivados no han trabajado en clase y por eso no se tomaran como parte de la muestra a analizar, otros cuatro estudiantes se retiraron de la institución. Por tanto, se tendrá en cuenta solamente 28 estudiantes de este nuevo grado para aplicar la estrategia.

Grupo control: Debido a la fusión del grado noveno, se solicitó a coordinación la aplicación de la estrategia al grado once, tomándolo como grupo control, que no ha estudiado previamente la temática. Este grupo está conformado por veintiocho estudiantes, que a diferencia del grado noveno, ofrecen muy buena disposición de trabajo en el aula.

Meta: Conceptualización desde lo concreto hasta lo abstracto para acercar a los estudiantes a los conceptos básicos de geometría.

Condiciones iniciales: Se preparan dos guías, una para el grupo control con la metodología escuela nueva como se viene trabajando en las instituciones educativas rurales y otra guía para el grupo experimental con la misma metodología, pero usando la estrategia de trabajo de grado. Las guías se diferencian solamente en los laboratorios porque los ejercicios y tareas son los mismos.

Preguntas a tener en cuenta para el desarrollo de las guías:

¿Cómo están los conocimientos previos?, ¿Los gráficos se acercan a los conceptos?, ¿Cómo nombran los objetos geométricos?, ¿el acercamiento intuitivo a los conceptos, facilita la asimilación de conceptos formales?, ¿llegan fácil al concepto de polígono, gracias a la estrategia?, ¿Diferencian entre prisma y polígono?, ¿La guía del grupo experimental favorece el aprendizaje?, ¿Cómo son los resultados de la evaluación oral, escrita e individual para ambos grupos?

Descripción de los eventos		
Grupo Control	Grupo Experimental	Reflexión
<p>El trabajo se realiza en grupos de cuatro estudiantes y el total de los grupos responden como se describe a continuación.</p> <p>Al mostrarles prismas y preguntarles que objetos son, dicen que son triángulos, cuadrados y rectángulos.</p> <p>Se aclara que los cuerpos geométricos tienen algunos de esos polígonos y así llegan a ejemplos de estos.</p> <p>Grafican bien un punto y una recta pero sin flechas y no saben cómo dibujar el plano.</p> <p>Al pedir gráficas de polígonos de 3, 4, 5 lados, hacen bien los gráficos pero definen polígono a medias ocho estudiantes, los otros no lo definen.</p> <p>En la actividad C, al tomar una caja, nombran bien las caras aunque con sus</p>	<p>El trabajo se realiza en grupos de cuatro estudiantes y el total de los grupos responden como se describe a continuación.</p> <p>Al mostrarles prismas y preguntarles que objetos son, dicen que son triángulos, cuadrados y rectángulos.</p> <p>Se aclara que los cuerpos geométricos tienen algunos de esos polígonos y así llegan a ejemplos de estos.</p> <p>Hacen la actividad en forma más lenta. Grafican bien un punto y una recta pero sin flechas, el plano no saben cómo dibujarlo.</p> <p>Al pedir gráficas de polígonos de 3, 4, 5 lados, hacen bien los gráficos pero definen polígono a medias seis estudiantes, los otros no lo definen.</p> <p>Partiendo de la definición de plano, recta, punto a partir de prismas y pirámides; señalan recta y</p>	<p>El grupo control tiene estudiantes más motivados para estudiar y por eso se está aplicando la estrategia con el otro grupo, en el que hay muchos estudiantes poco motivados y requieren más cuidado.</p> <p>Hasta el momento las actividades C y D se han realizado en forma grupal con orientación del docente y ayuda de estudiantes más adelantados.</p> <p>En las actividades de laboratorio han respondido las preguntas con la orientación el docente.</p> <p>Estas actividades han llevado a los conceptos desde lo concreto hasta lo abstracto y de acuerdo a las preguntas del docente y sus repuestas orales, están llegando a la reestructuración de conceptos.</p> <p>Los conceptos a través de ejemplos contextuales, los hacen llegar a repuestas</p>

<p>nombres, pero le colocan varios nombres al mismo vértice. Nombran los lados con los vértices de cada cara y con asesoría nombran ángulos y diagonales. Hacen mal la gráfica del sólido, unos se acercan a la gráfica y otros grafican cubos uniendo los vértices de dos cuadrados, aunque entendieron bien el gráfico hecho en el tablero y le nombraron bien sus elementos. Se aclara lo que es segmento de línea, lado de un rectángulo y arista de un prisma. Para la actividad D se les recuerdan los significados de los prefijos tri, penta, hexa, hepta, octa, para facilitar que lleguen al nombre de los polígonos graficados y dan fácilmente sus nombres.</p>	<p>punto en cada objeto. Al mostrarles tres prismas triangulares, uno de ellos en cartulina, se pregunta el nombre del prisma de cartulina y responden que es un triángulo. Se muestran los otros dos prismas y en el prisma de espesor (altura) pequeño, responden nuevamente que es un triángulo y al de más altura, no le saben dar nombre. Se les comenta que son prismas de la misma forma, que solamente se diferencian en la altura. Medir la altura en esos sólidos, se vuelve fácil si se especifica que la altura es la distancia entre las dos caras paralelas del prisma. Para medir la altura en el prisma de cartulina, especifican que es menor a un milímetro y que si hay instrumentos para medirla pero no saben cuáles. Con preguntas orientadas explican que los prismas en cartulina, pueden llegar a representar polígonos si su espesor se hace nulo, pero físicamente no se puede obtener. En este prisma de cartulina hay dos caras que son polígonos. Graficaron mejor la caja que el grupo control, con pequeños errores. Se recuerdan los conceptos</p>	<p>intuitivas cercanas al concepto. Hasta el momento el grupo experimental ha llegado a expresar en forma oral la diferencia entre un prisma y un polígono. El grupo experimental se evaluó oralmente a nivel general, explorando la definición de conceptos como línea poligonal y polígono con la ayuda del grupo completo. Se espera evaluar conceptos con una evaluación individual tipo ICFES, al terminar el total de las guías.</p>
---	---	--

	<p>de: segmento de línea, lado de un rectángulo y arista de un prisma para realizar la actividad D y se les recuerdan también los significados de los prefijos tri, penta, hexa, hepta, octa, para facilitar que lleguen al nombre de los polígonos graficados y por tanto, dan fácilmente sus nombres.</p>	
--	---	--

GUIA No. 2

CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES Y SUS ELEMENTOS BÁSICOS

Indicadores de Logro:

- Sabe diferenciar entre polígono regular e irregular.
- Construye polígonos regulares
- Identifica todos los elementos de un polígono regular
- Explica la diferencia entre prisma y polígono.

Materiales:

- Lápices de diferente color.
- Cartulina.
- Regla.
- Compás.
- Transportador.
- Tijeras.
- Cuaderno de la asignatura.

A

Escribir una definición propia de:

1. Dos segmentos perpendiculares.
2. Recta secante en una circunferencia.
3. Cuerda en una circunferencia.
4. Recta tangente en una circunferencia.
5. Ángulos suplementarios.

B

POLÍGONOS REGULARES

Los **polígonos** regulares son aquellos que tienen sus lados y sus ángulos congruentes.

Otros elementos, puntos y líneas en los polígonos regulares.

Además de los lados, las diagonales, los vértices y los ángulos interiores; en los polígonos regulares se distinguen otros elementos.

Centro, C: Punto interior del polígono que está a igual distancia de los vértices.
 Apotema, a: Es cada segmento perpendicular a cada lado, trazado desde el centro hasta el lado.
 Radio, r: Es todo segmento trazado desde el centro hasta un vértice del polígono.
 Altura, h: Es toda recta perpendicular a cada lado, trazada desde un vértice opuesto hasta el lado.
 Ángulo central: Formado por dos radios consecutivos y es igual al formado por dos apotemas consecutivas.
 Ángulo exterior: Es el ángulo formado por un lado y la prolongación de su lado consecutivo, luego es el suplementario del ángulo interior.
 Circunferencia circunscrita: Circunferencia que contiene todos los vértices y tiene por radio, el radio del polígono.
 Circunferencia inscrita: Circunferencia tangente a todos los lados y tiene por radio la apotema del polígono.

Actividad de laboratorio 1.

El presente procedimiento es para construir un polígono regular de n lados y radio conocido, como ejemplo se explica la construcción de un polígono de seis lados.

Procedimiento.

1. En un trozo de cartulina se marca el punto C que será el centro del polígono y con el compás, haciendo centro en C, se traza una circunferencia con el tamaño de radio deseado.
2. Se divide 360 grados entre el número de lados del polígono a construir:

$$360 \div n, \text{ para } n = 6, 360 \div 6 = 60$$

3. Se traza un radio CA que servirá como lado inicial para medir y trazar un ángulo de 60 grados con ayuda del transportador.
4. Se traza el lado final CB del ángulo y a continuación se traza la cuerda AB, que será uno de los lados del polígono.
5. Con el compás se toma la medida de la cuerda AB (se abre el compás desde A hasta B) y se marca a partir del punto B otro punto D sobre la circunferencia, con la abertura que quedó en el compás y así sucesivamente se marcan los otros tres puntos alrededor de la circunferencia, que serán los demás vértices del hexágono.
6. Con ayuda de regla y lápiz se unen los vértices del polígono. La circunferencia que sirvió de base para el trazo puede ser borrada.

¿Cómo se llama el trazo final realizado?

C

Ejercicio:

1. Recortar el objeto obtenido en el laboratorio ¿Cuál es el nombre de este objeto?

2. Nombrar en el objeto los hexágonos.
3. Usando este objeto como plantilla sobre el cuaderno, trazar líneas con un lápiz pasándolo por los bordes del objeto.
4. ¿Qué objeto queda representado en la hoja del cuaderno?

5. Pintar la parte interna de este objeto ¿Qué nombre recibe la zona pintada?

Realizar las siguientes actividades:

1. Graficar dos hexágonos regulares con ayuda de la plantilla como en el ejercicio anterior y dibujar en ellos todos los elementos del polígono definidos en la fundamentación de esta guía y de la guía 1.
2. Explicar en qué se diferencian el hexágono regular representado en la hoja del cuaderno y el objeto (prisma) recortado en cartulina.
3. Realizar en el cuaderno la figura de otro polígono regular de cinco, siete o de ocho lados.
4. Consultar cómo se realiza un polígono regular, conocida la longitud de un lado.

Tarea: observar el video en el Facebook “Henry Matepro” que explica un procedimiento similar al de esta guía, para construir un polígono y graficar en su cuaderno un polígono regular de cinco lados.

Nota: en el aula el docente les presenta el procedimiento en el tablero y también en video, en caso de que algunos estudiantes lo requieran.

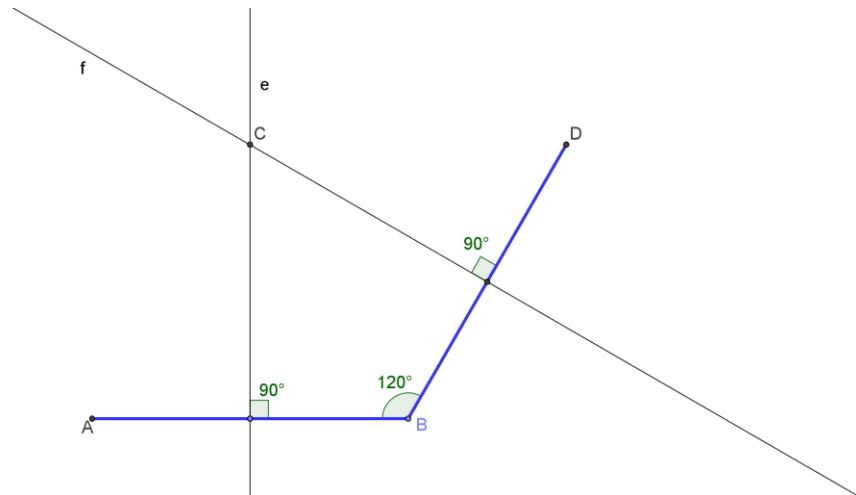
D

Actividad de laboratorio 2.

Utilizar el siguiente procedimiento para construir un polígono regular de n lados, conocida la medida de uno de sus lados.

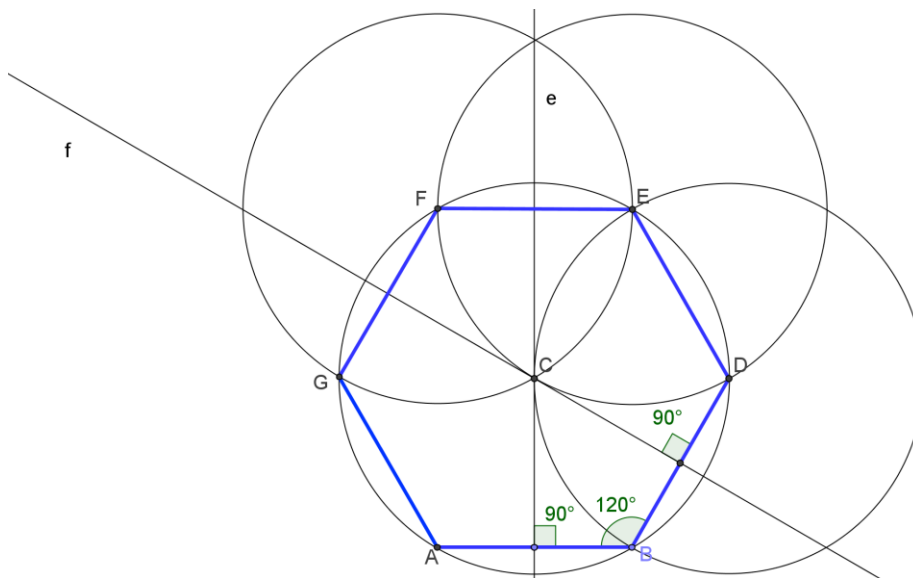
Como ejemplo se explica la construcción de un polígono de seis lados, $n = 6$.

1. Trazar un segmento de línea recta horizontal **AB** con la medida deseada, equivalente a un lado del polígono.
2. Hallar la medida del ángulo interior α con la fórmula $\alpha = 180 - \frac{360}{n}$, siendo $n = 6$ el número de lados del polígono, se obtiene el valor de $\alpha = 180 - \frac{360}{6}$, luego $\alpha = 120^\circ$.
3. Graficar el ángulo calculado $\alpha = 120^\circ$, usando el segmento **AB** como lado inicial del ángulo, colocando el lado final del ángulo **BD**, con la misma medida del lado inicial (**AB=BD**) y especificando un nuevo vértice D (observar la siguiente gráfica).
4. Trazar una línea perpendicular e hacia arriba, desde el punto medio del segmento **AB** trazado previamente (e también se llama mediatriz).
5. Desde el lado final **BD** del ángulo graficado, trazar otra línea perpendicular f desde el punto medio de este lado final.



6. Las dos líneas perpendiculares se encuentran en un punto que equivale al centro **C** del polígono. Se abre el compás desde el centro **C** hasta el vértice **B** y se traza una circunferencia que pase por los vértices **A, B y D**.

7. Se abre el compás desde el vértice **A** hasta el vértice **B** y con esta medida de abertura de compás, se ubica su punta de acero en el punto **D** para trazar otra circunferencia que permite señalar un nuevo vértice **E** sobre la circunferencia anteriormente trazada y luego se sitúa la punta de acero del compás en **E** para señalar otro vértice **F** sobre la circunferencia inicialmente trazada y así sucesivamente hasta que queden señalados los n vértices del polígono, en este caso 6.
8. Unir los vértices con ayuda de regla y lápiz, para formar el polígono de 6 lados como se muestra en la presente figura. Al borrar las líneas y las circunferencias, queda el polígono deseado.



Tarea: Para los estudiantes que no han visto el video y los que no tengan claro el método, observar el video en el Facebook “Henry Matepro” que explica un procedimiento similar al de este laboratorio 2 y construir en su cuaderno un polígono regular de ocho lados, con un tamaño de lado de 6cm.

Nota: en el aula el docente les presenta el procedimiento en el tablero y también en video en caso de que lo soliciten algunos estudiantes.

DIARIO DE CAMPO DE LA GUÍA NO. 2 "CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES Y SUS ELEMENTOS BÁSICOS"

Fechas para grado noveno: Febrero 25,26 y marzo 4.

Fechas para grado once: Marzo 13, 18 y abril 1, 3.

Propósito: Describir los acontecimientos en el aula al aplicar la metodología propuesta para el trabajo de grado en un grupo experimental y en un grupo de control.

Meta: Conceptualización desde lo concreto hasta lo abstracto para acercar a los estudiantes a graficar polígonos regulares e identificar sus elementos.

Condiciones iniciales: Se prepara una guía con la metodología escuela nueva, como se viene trabajando en las instituciones educativas rurales; pero se prepararon dos presentaciones en computador que complementan los laboratorios de la guía con dos procedimientos para construir polígonos regulares.

Preguntas a tener en cuenta para el desarrollo de las guías:

¿Cómo están los conocimientos previos?, ¿Los gráficos se acercan a los pedidos en los procedimientos?, ¿el acercamiento intuitivo a los conceptos, facilita la asimilación de conceptos formales?, ¿llegan fácil al concepto de polígono regular, gracias a la estrategia?, ¿grafican bien polígonos regulares?, ¿grafican en un polígono, todos sus elementos?, ¿diferencian entre prisma y polígono?, ¿La guía del grupo experimental favorece el aprendizaje?, ¿Cómo son los resultados de la evaluación oral, escrita e individual para ambos grupos?

Descripción de los eventos		
Grupo Control	Grupo Experimental	Reflexión
Para definir los elementos de un polígono regular, se recordaron conceptos como: segmentos perpendiculares, líneas secantes, cuerda y recta tangente. No entienden fácilmente	Para definir los elementos de un polígono regular, se recordó conceptos como: segmentos perpendiculares, líneas secantes, cuerda y recta tangente. No entienden fácilmente los métodos para graficar	Las actividades C y D se realizaron en forma grupal con orientación del docente y ayuda de los estudiantes más adelantados. Se revisaron los cuadernos, para corregir las producciones pedidas

<p>los métodos para graficar polígonos regulares, pero con apoyo de explicaciones en el tablero, llegan a graficar en forma individual un hexágono, como se evidencia en sus cuadernos. Al obtener un prisma en cartulina y usarlo como plantilla, pueden diferenciar en concreto un polígono de su prisma originario. El ejercicio C de graficar los elementos de un polígono en el hexágono, fue realizado en forma individual con seguimiento del docente para rectificar errores, como: confundir radio con apotema, ángulo central con ángulo interno y circunferencia inscrita con circunferencia circunscrita. En la actividad D de graficar un hexágono conocido el tamaño de un lado, el docente hizo seguimiento individual, para que quedara bien graficado en el cuaderno. Falta verificar en próximas guías, el uso apropiado de estos métodos para graficar polígonos regulares.</p>	<p>polígonos regulares, pero con apoyo de dos videos y explicaciones en el tablero, llegan a graficar en forma individual un hexágono, como se evidencia en sus cuadernos. Al obtener un prisma en cartulina y usarlo como plantilla, pueden diferenciar en concreto un polígono de su prisma originario. El ejercicio C de graficar los elementos de un polígono en el hexágono, fue realizado en forma individual con seguimiento del docente para rectificar errores, como: confundir radio con apotema, ángulo central con ángulo interno y circunferencia inscrita con circunferencia circunscrita. En la actividad D de graficar un hexágono conocido el tamaño de un lado, el docente hizo seguimiento individual, para que quedara bien graficado en el cuaderno, se usó como apoyo un archivo video elaborado en GeoGebra. Falta verificar en próximas guías, el uso apropiado de estos métodos para graficar polígonos regulares.</p>	<p>en toda la guía. Las actividades han llevado a los conceptos desde lo concreto hasta lo abstracto y de acuerdo a las preguntas del docente y sus repuestas orales, están llegando a la reestructuración de conceptos. Se reafirma la diferencia entre prisma y polígono, utilizando el prisma realizado en cartulina, que sirve de plantilla para dibujar hexágonos en el papel. Observé dificultades en ambos grupos para interpretar los métodos para graficar polígonos, utilizando solamente la lectura de la guía. La diferencia en la estrategia en esta guía con el grupo control son los dos videos utilizados como herramientas de ayuda en el aprendizaje de los métodos enseñados para graficar polígonos regulares, porque los realizaron en forma más rápida y con menos preguntas acerca del procedimiento usado. Posteriormente con los gráficos de los hexágonos, se verificó individualmente que dibujaran los elementos del polígono y les colocaran los nombres correspondientes.</p>
--	---	---

GUIA No. 3

CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS Y ÁREA DE POLÍGONOS

Indicadores de Logro:

- Distingue elementos de los polígonos.
- Sabe diferenciar entre las distintas clases de polígonos.
- Determina el perímetro de polígonos.
- Define área de un polígono con sus unidades básicas.
- Determina áreas de polígonos regulares.
- Determina áreas de algunos polígonos irregulares.

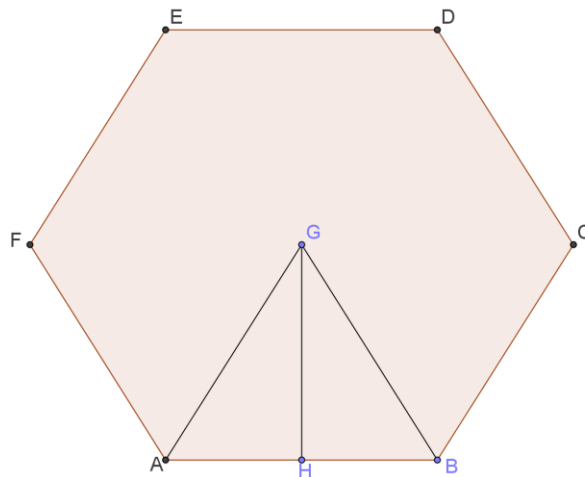
Materiales:

- Lápices de diferente color.
- Cartulina.
- Regla.
- Escuadras de 30° y 45°.
- Tijeras.
- Cuaderno de la asignatura.

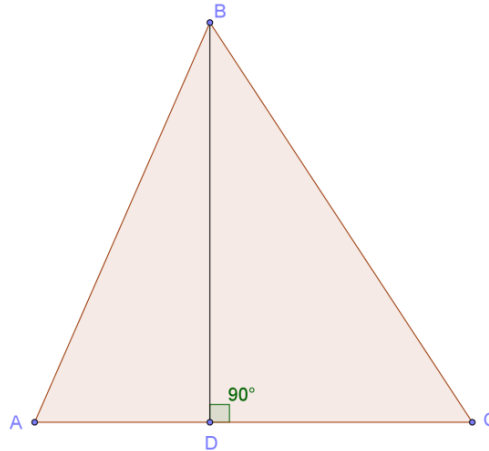
A

Escribir el nombre general de los segmentos dados en cada figura, tal y como se nombran en los textos escolares.

1. ¿Cómo se llaman los segmentos: AB, AG y GH en el hexágono regular?



2. ¿Cómo llaman a los segmentos AC y BD en el triángulo?, ¿Qué tipo de ángulo se forma entre estos dos segmentos?



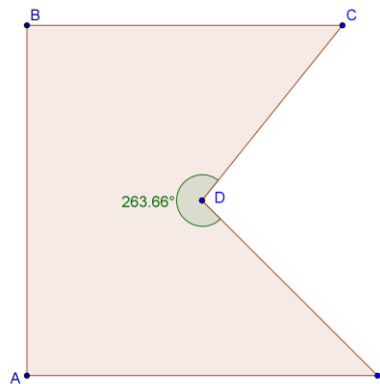
B

CLASIFICACION DE POLÍGONOS

Los polígonos se clasifican según su forma, según el número de sus lados y según la medida de sus lados y ángulos internos.

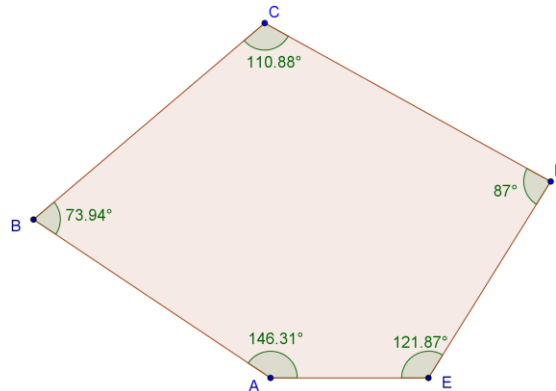
- Según su forma, los polígonos pueden ser **cóncavos y convexos**.

Un polígono es **cóncavo** cuando al menos uno de sus ángulos interiores mide más de 180° , como se muestra en la siguiente figura.



En un polígono cóncavo, no todas las diagonales están en el interior del polígono, como se aprecia en la figura anterior la diagonal que se trace desde el vértice C hasta el vértice E, queda por fuera del polígono. En este polígono el ángulo CDE mide $263,66^\circ$ y por ser mayor a 180° , el polígono es cóncavo.

Un polígono es convexo, cuando ninguno de sus ángulos interiores mide más de 180° . En este tipo de polígonos, todas las diagonales están en el interior del mismo. En la siguiente figura se representa un polígono convexo, se puede verificar que todos sus ángulos son menores a 180° y todas sus diagonales, si se trazan, quedan en el interior del mismo.



- Según el número de lados los polígonos reciben un nombre especial, así:

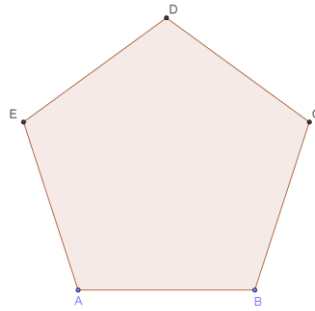
Nombre del Polígono	Triángulo	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono	Heptágono	Octágono
No. de lados	3	4	5	6	7	8

¿Qué nombre reciben los polígonos de 9, 10, 11 y 12 lados?

- Según la medida de sus lados y ángulos interiores, los polígonos se clasifican en regulares e irregulares.

Un polígono es regular si todos sus lados son congruentes y también todos sus ángulos son congruentes, caso contrario el polígono es irregular.

En la siguiente grafica se muestra un polígono regular (pentágono regular).

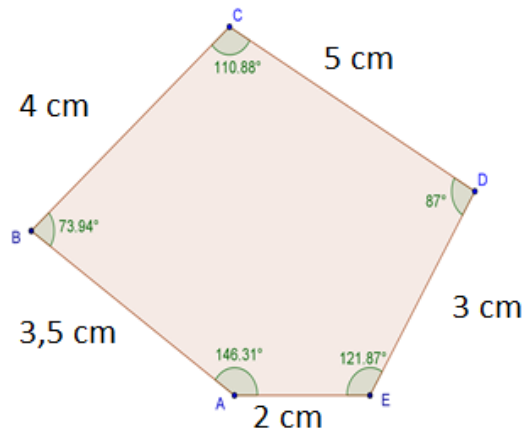


Al observar los dos primeros pentágonos de esta guía, se verifica que son polígonos irregulares (pentágonos irregulares).

PERIMETRO DE POLIGONOS

El **perímetro de un polígono** es la medida de la longitud de su contorno, se determina sumando las longitudes de sus lados.

Ejemplo: Dado el siguiente polígono, determinar su perímetro.



El perímetro P es: $P = 4cm + 5cm + 3cm + 3,5cm + 2cm = 17,5cm$

ÁREA DE POLÍGONOS

El **área de un polígono** es un número que indica en unidades básicas de área, qué tanta superficie tiene una figura u objeto plano y equivale a todo lo que hay dentro del contorno de esa región plana.

Una unidad básica de área es $1cm^2$ que equivale a la medida del área de un cuadrado de lado un centímetro, y es la medida con la cual se va a medir el área de algunas figuras en el siguiente laboratorio.

Actividad de laboratorio 1:

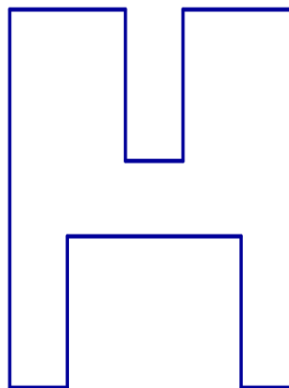
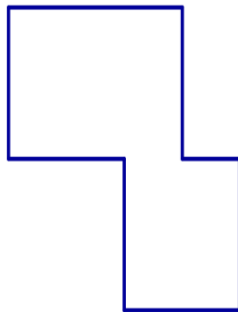
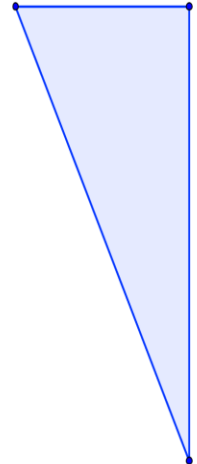
El objetivo del presente laboratorio es entender la definición de área y observar que es más práctico el cálculo de áreas con la ayuda de fórmulas.

Procedimiento:

En un trozo de cartulina, trazar un segmento de línea recta horizontal de 6 cm y otro segmento de línea recta vertical de 4 cm, de tal forma que los dos segmentos queden unidos por alguno de sus extremos. Dividir el segmento de recta vertical en 4 partes (cada parte de un centímetro) y el segmento de recta horizontal en 6 partes, marcando las divisiones con puntos. Usando los puntos marcados sobre los segmentos de línea recta (puntos de división), trazar a partir de cada punto segmentos de recta paralelos al segmento de recta vertical y segmentos de recta paralelos al segmento de recta horizontal.

Responder las preguntas y realizar las actividades:

1. ¿Qué figura se formó?
2. ¿Qué representa cada cuadrado formado?
3. ¿Qué representa el número de cuadrados formados?
4. Recortar los cuadrados formados, se obtienen prismas cuadrados ¿Por qué?
5. Cada prisma recortado tiene en cada una de sus caras cuadradas, un centímetro cuadrado 1 cm^2 (unidad de área muy utilizada).
En la gráfica siguiente, ubicar debajo de cada figura dada, el número de estos centímetros cuadrados que se necesitan para rellenarla.



Usando la gráfica anterior, responder en el cuaderno:

1. ¿Qué tipo de polígono representa la figura de la izquierda en la parte superior de la gráfica?
2. Usando el tamaño de sus lados, hallar el área de esta figura.
3. ¿Qué tipo de polígono representa la figura del medio en la parte superior de la gráfica?
4. Usando el tamaño de sus lados, hallar el área de esta figura.
5. Escribir la fórmula general para determinar el área de un rectángulo.
6. ¿Qué tipo de polígono representa la figura de la derecha en la parte superior de la gráfica?
7. Usando el tamaño de dos de sus lados, hallar el área de esta figura.
8. Usando fórmulas matemáticas, determinar el área de cada una de las dos figuras ubicadas en la parte inferior de la gráfica.
9. ¿Qué método es más práctico para determinar el área de una figura geométrica, rellenando las figuras con prismas de 1 cm^2 en sus bases o con fórmulas matemáticas?
10. Hallar el perímetro de cada figura, usando los valores de los lados medidos.

Para determinar el **área de un rectángulo** conocidas las medidas de su base y su altura, se utiliza la siguiente fórmula matemática:

$$\text{Area} = \text{base} * \text{altura}$$

Para determinar el **área de un cuadrado** conocidas las medidas de sus lados, se utiliza la siguiente fórmula matemática:

$$\text{Area} = \text{lado} * \text{lado} = (\text{lado})^2$$

Para determinar el **área de un triángulo** conocidas las medidas de su base y su altura, se utiliza la siguiente fórmula matemática:

$$\text{Area} = \frac{\text{base} * \text{altura}}{2}$$

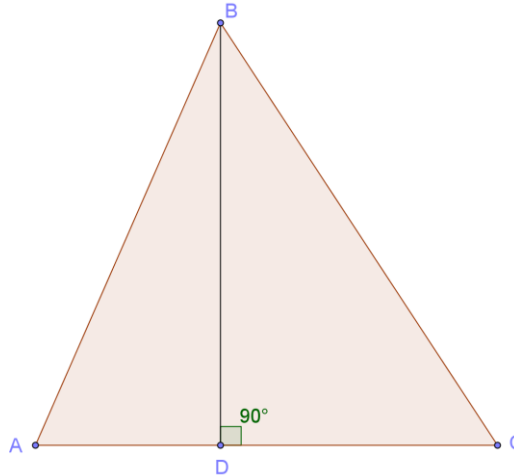
Ejemplos:

1. Hallar el área del lote rectangular de una casa, con medidas de su largo 6 m y de su ancho 5 m.

Solución: Se busca la fórmula de área del rectángulo $\text{Area} = \text{base} * \text{altura}$ y se reemplazan los valores de base y altura

$$\begin{aligned}\text{Area} &= 6\text{ m} * 5\text{ m} \\ \text{Area} &= 30\text{ m}^2\end{aligned}$$

2. En el triángulo ABC de la siguiente figura, El segmento AC mide 10 pulgadas. y el segmento BD mide 12 pulgadas. Determinar el área de este triángulo.



Solución: Se busca la fórmula de área del triángulo $Area = \frac{base * altura}{2}$, se identifica AC como la base y BD como la altura. Se reemplazan los valores de base y altura

$$Area = \frac{10 \text{ pul} * 12 \text{ pul}}{2}$$

$$Area = 60 \text{ pul}^2$$

C

Realizar las siguientes actividades:

1. Graficar un rectángulo de lados 4,8 cm y 2,9 cm, especificar qué lado es la base y que lado es la altura.
2. Explicar por qué en algunos rectángulos se llama a estos lados largo y ancho en vez de base y altura.
3. Determinar el área del rectángulo graficado.
4. Graficar un cuadrado de 9,5 cm de lado y calcular su área.
5. Plantear una ecuación para resolver el siguiente problema: Si el área de un rectángulo es de 36 cm^2 y su ancho es de 9 cm, hallar la medida de su largo.

D


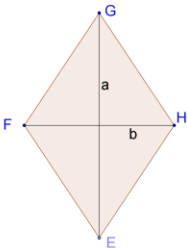
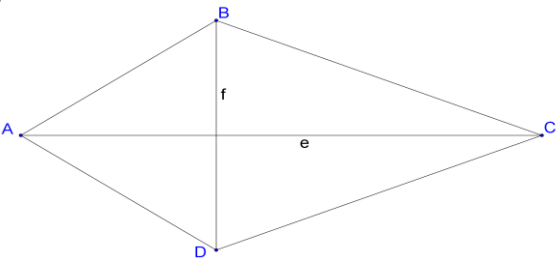
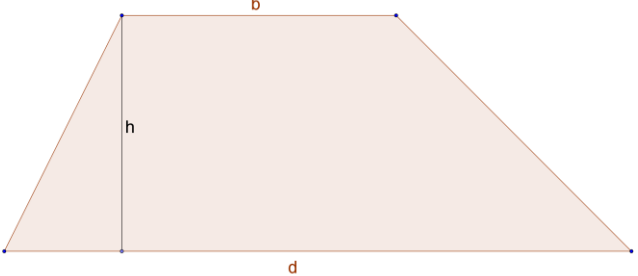
Realizar las siguientes actividades de tarea y discutir en clase sus respuestas:

5. Hallar el área del triángulo graficado en la vivencia (literal **A** de esta guía), medir con regla las longitudes necesarias en la gráfica para el cálculo de esta área.
6. Graficar un polígono regular, especificar en él su lado y su apotema.
7. Escribir la fórmula general para hallar el perímetro y el área de un polígono regular y usar la fórmula para hallar el área del polígono regular anteriormente graficado.
8. Además del centímetro cuadrado cm^2 (existen otras unidades de área, nombrar cuatro y definir las).

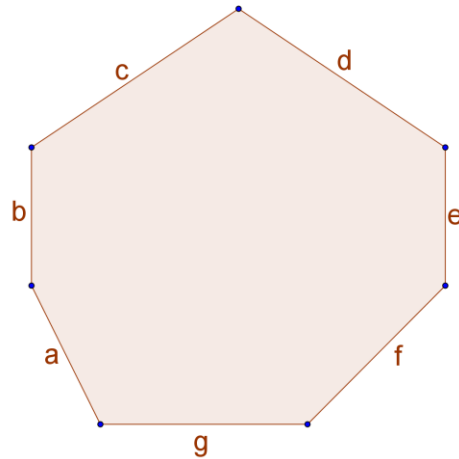
E

Actividad complementaria.

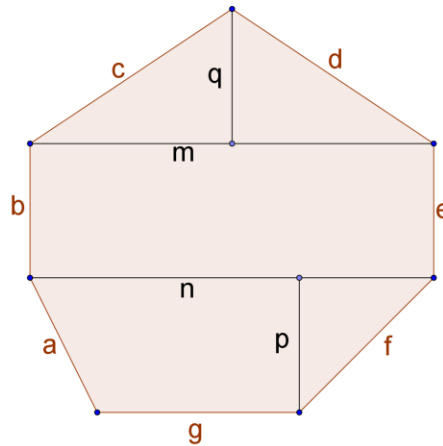
En la tabla se especifica la fórmula para calcular el área de otros polígonos.

Polígono	Formula de área
<p>Paralelogramo</p> 	$A = base * altura$
<p>Rombo</p> 	$A = a * b$ <p><i>a: Diagonal mayor (GE)</i> <i>b: Diagonal menor (FH)</i></p>
<p>Trapezoide</p> 	$A = e * f$ <p><i>e: Diagonal mayor (AC)</i> <i>f: Diagonal menor (BD)</i></p>
<p>Trapecio</p> 	$A = \frac{(b + d) * h}{2}$ <p><i>b: Base menor</i> <i>d: Base mayor</i> <i>h: altura</i></p>

¿Cómo se determina el área de un polígono irregular como el de la siguiente gráfica?



Comparar la figura anterior y la siguiente, explicando las diferencias entre ambas.



Dada la medida de los segmentos $b = e = 2\text{ cm}$, $q = 1,5\text{ cm}$; $p = 1,2\text{ cm}$; $m = n = 7\text{ cm}$, $g = 3,5\text{ cm}$, determinar el área de la figura anterior.

Para la solución, observar que la figura se compone de tres polígonos: un triángulo, un rectángulo y un trapecio. Determinar el área de cada uno y luego sumar las tres áreas.

DIARIO DE CAMPO DE LA GUÍA NO. 3 "CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS Y ÁREA DE POLÍGONOS"

Fechas para grado noveno: Marzo 9, 12, 13, 18 y abril 2, 3.

Fechas para grado once: Abril 8, 10, 15, 17, 22 y 24.

Propósito: Describir los acontecimientos en el aula al aplicar la metodología propuesta para el trabajo de grado en un grupo experimental y en un grupo de control.

Meta: Conceptualización desde lo concreto hasta lo abstracto para acercar a los estudiantes a los conceptos de polígono, perímetro y área.

Condiciones iniciales: Se preparan dos guías, una para el grupo control con la metodología escuela nueva como se viene trabajando en las instituciones educativas rurales y otra guía para el grupo experimental con la misma metodología, pero usando la estrategia de trabajo de grado. Las guías se diferencian solamente en los laboratorios porque los ejercicios y tareas son los mismos.

Preguntas a tener en cuenta para el desarrollo de las guías:

¿Cómo están los conocimientos previos?, ¿Les parece sencillo clasificar polígonos?, ¿Determinan perímetros de polígonos con ejemplos sencillos?, ¿el acercamiento intuitivo al concepto de área, facilita la asimilación de conceptos formales?, ¿llegan fácil al concepto área de un polígono, gracias a la estrategia?, ¿Prefieren hallar área de polígonos con fórmulas que llenando figuras con unidades básicas de área?, ¿Distinguen distintas unidades básicas de área usadas en la realidad?, ¿Calcular área de figuras con las medidas reales de sus dimensiones, mejora el entendimiento del concepto?, ¿La guía del grupo experimental favorece el aprendizaje?, ¿Cómo son los resultados de la evaluación oral, escrita e individual para ambos grupos?

Descripción de los eventos		
Grupo Control	Grupo Experimental	Reflexión
El trabajo se realiza en grupos de cuatro estudiantes y el total de los grupos responden como se describe a continuación.	El trabajo se realiza en grupos de cuatro estudiantes y el total de los grupos responden como se describe a continuación.	Los ejercicios de conceptos previos muestran buenas respuestas, porque son parte de la guía anterior y los realizan con ayuda de

<p>En la actividad A los grupos muestran conocer ya los elementos apotema, radio y lado de un polígono, además distinguen base y altura en un triángulo. En esta actividad el docente les colabora con las correcciones necesarias. Determinar perímetro se les hace fácil, porque es simplemente una suma, aunque olvidan fácilmente lo que es perímetro.</p> <p>La actividad C plantea ejercicios para que utilicen medidas reales, a lo cual ningún estudiante le prestó atención y se les solicito nuevamente gráficos con medidas reales. Se les plantean inquietudes para que dimensionen en tamaño real, áreas de elementos muy conocidos. La pregunta del porque se usan las palabras largo y ancho o base y altura en un rectángulo, los dejó inquietos porque no la encontraron en textos. Solo dos grupos consultaron la fórmula para calcular área de polígonos regulares. En la actividad D, no toman las medidas reales de la figura para</p>	<p>En la actividad A los grupos muestran conocer ya los elementos apotema, radio y lado de un polígono, además distinguen base y altura en un triángulo. En esta actividad el docente les colabora con las correcciones necesarias. Determinar perímetro se les hace fácil, porque es simplemente una suma, aunque olvidan fácilmente lo que es perímetro.</p> <p>En la actividad de laboratorio 1 las respuestas a las preguntas son acertadas, porque es fácil llenar polígonos usando recortes de papel con caras cuadradas de cm^2 y además están en continua comunicación con el docente, para orientar el acierto en sus respuestas. Llegan a la conclusión que para medir área de polígonos es más fácil usar fórmulas, que con el método de rellenar las figuras con prismas de cartulina cuyas bases son de 1 cm^2 de área.</p> <p>La actividad C plantea ejercicios para que utilicen medidas reales, a lo cual ningún estudiante le prestó atención y se les solicito nuevamente gráficos con medidas reales. Se les plantean</p>	<p>los compañeros y el docente.</p> <p>Hasta el momento las actividades C y D se han realizado en forma grupal con orientación del docente y ayuda de estudiantes más adelantados.</p> <p>En evaluación oral realizada en los dos grupos, se verifica que lleguen a clasificar bien, entre polígonos regulares e irregulares y entre cóncavos y convexos; el ejercicio se hizo para reafirmar estos conceptos, obteniendo buenas respuestas de los dos grupos.</p> <p>La actividad de laboratorio aplicada al grupo experimental, la han realizado con entusiasmo solamente 20 estudiantes y respondieron las preguntas guiadas por el docente. Al discutir las respuestas con todo el grupo, concluyen que es mejor calcular áreas con fórmulas y destacan lo práctico del uso de las fórmulas.</p> <p>A través de la actividad de laboratorio se les hace llegar a repuestas intuitivas del concepto de área y perímetro.</p> <p>Las actividades C, D y E las realizan a nivel grupal, pero con el seguimiento individual de parte del</p>
---	---	--

<p>calcular el área del triángulo y no construyen el polígono regular con la técnica enseñada. Se les estimula para que realicen la actividad como se les pide en la guía.</p> <p>En la actividad E, llegaron fácil a la respuesta de área de un polígono irregular, porque el ejercicio muestra claramente que el polígono está compuesto por tres figuras conocidas.</p>	<p>inquietudes para que dimensionen en tamaño real, áreas de elementos muy conocidos. La pregunta del porque se usan las palabras largo y ancho o base y altura en un rectángulo, los dejó inquietos porque no la encontraron en textos, lo que muestra que hay que tratar de llegar a buenas definiciones, para no confundirse en el aprendizaje matemático. Solo dos grupos consultaron la fórmula para calcular área de polígonos regulares.</p> <p>En la actividad D, no toman las medidas reales de la figura para calcular el área del triángulo y no construyen el polígono regular con la técnica enseñada en la guía anterior. Se les estimula para que realicen la actividad como se les pide en el ejercicio.</p> <p>En la actividad E, llegaron a la respuesta de área de un polígono irregular no tan fácil como el otro grupo. El docente les aclara que el polígono dado, está compuesto por tres figuras conocidas, pero solicitaron más ayuda del docente.</p>	<p>docente, para que rectifiquen los errores y lleguen a la competencia guiada por los indicadores de logro.</p> <p>El cálculo de áreas se ejercitó con problemas adicionales, partiendo del cálculo de polígonos básicos en forma individual hasta llegar a problemas más complejos como el área de polígonos irregulares, observando buenas respuestas en el 50% de los estudiantes de ambos grupos.</p> <p>Para la definición de unidades de área básica, se esperaba discutir una consulta al respecto, pero solamente dos estudiantes la hicieron y el profesor les expuso ejemplos para que llegaran a definir las más usuales en su entorno: metro cuadrado, centímetro cuadrado, cuadra y hectárea.</p>
--	---	---

GUIA No. 4

CONCEPTOS DE GEOMETRÍA USANDO GEOGEBRA

Con ayuda del programa graficador GeoGebra, se espera alcanzar los siguientes indicadores:

- Representa en un plano los elementos geométricos: punto, línea recta, segmento de recta, región del plano y polígono.
- Construye polígonos regulares e irregulares.
- Sabe diferenciar entre polígono regular e irregular.
- Reconoce los elementos de un polígono.
- Identifica todos los elementos de un polígono regular
- Sabe diferenciar entre las distintas clases de polígonos.

Materiales:

- Computador personal con el programa GeoGebra.
- Simulaciones en archivos bajados de las páginas web www.geometriadinamica.cl y www.geometriadinamica.es y otras realizadas por el docente de la asignatura.

A

Leer los conceptos de punto, línea recta, segmento de recta, plano, línea poligonal y polígono.

¿Qué programa de computador ha utilizado para graficar un punto, un segmento de recta y un polígono?

B

GeoGebra es un software de geometría dinámica, con el cual se pueden realizar construcciones a partir de puntos, rectas, semirrectas, segmentos, vectores, cónicas, etc.; mediante el empleo directo de herramientas operadas con el ratón o la anotación de comandos en la barra de entrada, con el teclado o seleccionándolos del listado disponible. Todo lo trazado es modificable en forma dinámica; es decir, que si algún objeto B depende de otro A; al modificar A, B pasa a ajustarse y actualizarse para mantener las relaciones correspondientes con A.

Laboratorio Virtual.

El presente laboratorio virtual se realiza con el fin de aprender algunas de las funciones del programa graficador y relacionarlas con los conceptos previos.

Procedimiento.

1. Abrir GeoGebra, buscar el ícono del punto A en la barra de herramientas y hacer clic sobre este, luego situarse sobre el plano xy, haciendo clic en los lugares deseados y marcar cinco puntos. Observando lo que queda en el plano xy, definir que representa lo graficado en este esquema.

¿Qué quedó representado en el plano xy?

2. Presionar el ícono que tiene una recta y dos puntos en la barra de herramientas, seguir las instrucciones que están a la derecha de esta barra, para graficar una línea recta (marcar dos puntos y observar que sucede sobre el plano xy).

¿Qué quedó graficado en el plano xy?

3. Situarse nuevamente en este ícono, pero presionar la parte inferior derecha de este, donde aparece flecha hacia abajo y seleccionar “segmento entre dos puntos”, seguir las instrucciones que están a la derecha de la barra de herramientas para graficar un segmento de línea recta (marcar dos puntos y observar que sucede sobre el plano xy).

¿Qué quedó graficado en el plano xy?

4. Presionar el primer ícono de la izquierda en la barra de herramientas y arrastrando el ratón sobre el plano xy, seleccionar todo lo que se ha realizado y presionar la tecla suprimir.

Graficar un segmento de recta.

Presionar el ícono que tiene dos rectas secantes (dos rectas que se intersecan o cruzan) y seguir las instrucciones que están a la derecha de la barra de herramientas, para graficar dos líneas rectas perpendiculares (usando el ratón, marcar un punto fuera de la recta y luego la recta, observar que sucede sobre el plano xy).

¿Qué quedó graficado en el plano xy?

5. Presionar el ícono que tiene un ángulo representado (el botón es el octavo de izquierda a derecha en la barra de herramientas) y seguir las instrucciones que están a la derecha de la barra de herramientas (marcar con el ratón, primero el segmento y luego la recta, observar lo que sucede en el plano xy).

¿Qué quedo especificado entre las dos rectas?

¿Qué son rectas perpendiculares?

6. Borrar todo.

Graficar un segmento de recta.

Presionar el ícono que tiene dos rectas secantes en su parte inferior derecha y seleccionar “recta paralela”, seguir las instrucciones que están a la derecha de la barra de herramientas para graficar una línea recta paralela al segmento (usando el ratón, marcar un punto fuera del segmento de recta y luego el segmento, observar que sucede sobre el plano xy).

¿Qué representan las dos rectas en este esquema?

¿Qué son rectas paralelas?

7. Borrar todo.

Graficar un segmento de recta.

Presionar el ícono que tiene dos rectas secantes en su parte inferior derecha y seleccionar “mediatriz”, seguir las instrucciones que están a la derecha de la barra de herramientas para graficar una mediatriz al segmento de recta. Graficar la mediatriz al segmento de recta y observar que sucede sobre el plano xy.

¿Qué representan la recta y el segmento en este esquema?

8. Presionar el ícono que tiene representado un ángulo (esta de octavo de izquierda a derecha en la barra de herramientas), marcar con el ratón, primero el segmento y luego la recta, observar lo que sucede en el plano xy.

¿Qué quedo especificado entre las dos rectas?

Marcar el punto de intersección entre las dos rectas, luego marcar los segmentos de recta AC y BC, observar cuanto mide cada segmento en la ventana de la izquierda ($c=$ y $d=$).

¿Qué se puede concluir?

¿Qué es una mediatriz a un segmento de recta?

9. Borrar todo.

Presionar el ícono que tiene un triángulo, pero en su parte inferior derecha sobre la flecha hacia abajo y escoger “polígono”, seguir las instrucciones que están a la derecha de la barra de herramientas para graficar un polígono (marcar nueve puntos con el ratón en nueve sitios diferentes del plano xy; luego, volver a presionar sobre el primer punto marcado para cerrar la línea poligonal y formar el polígono de nueve lados).

¿Qué tipo de polígono se formó y cómo se llama?

10. Borrar todo.

Presione el ícono que tiene un triángulo, pero en su parte inferior derecha sobre la flecha hacia abajo y escoger “polígono regular”, seguir las instrucciones que están a la derecha de la barra de herramientas para graficar un polígono regular (marcar dos puntos que determinen el tamaño del lado y en la ventana que aparece en pantalla, especificar el número de lados que se desea en el polígono).

¿Qué tipo de polígono se formó y cómo se llama?

Nota: en un polígono regular, todas las mediatrices de sus lados, se encuentran en un punto común, que resulta ser el centro del polígono. Luego para hallar el centro del polígono, basta con trazar dos mediatrices a dos de sus lados.

En el siguiente archivo www.geometriadinamica.cl/Centro_de_poligonos_regulares.ggb, se muestran polígonos con dos mediatrices a dos de los lados consecutivos, que en su intersección ubican el centro del polígono, ubicar el ratón sobre el deslizador (segmento de recta “a” con un punto, ubicado al lado del polígono) y mover el punto del deslizador con el botón del ratón sostenido, y así podrá observar otros polígonos y su centro.

Observando los polígonos en el archivo anterior, cuando el número de lados del polígono es par ¿por cuales elementos del polígono pasa la mediatriz?

Y cuando el número de lados del polígono es impar ¿por cuales elementos del polígono pasa la mediatriz?

C

Ejercicios.

Los ejercicios 1 a 3, se deben archivar en su memoria USB en un solo archivo y luego enviarlo al correo electrónico henryargoz@hotmail.com:

1. Graficar un polígono regular de ocho lados, graficar en dos de sus lados sus mediatrices (presionar el ícono que tiene dos rectas secantes y escoger “mediatriz”), graficar un punto sobre la intersección de las dos mediatrices.
¿Cómo se llama este punto marcado en el polígono?
-

Quitar la vista de los ejes, escogiendo en el menú el botón “vista” y luego elegir “ejes”.

2. Sobre el polígono regular de ocho lados, graficar un segmento que sea apotema, dos segmentos consecutivos que sean radios y un segmento que sea una altura. A continuación nombrar todos los elementos anteriores y un lado:

3. En el mismo polígono, marcar un ángulo central, un ángulo interior, una circunferencia circunscrita y una circunferencia inscrita.

Guardar el archivo ubicándose en el menú inicio de GeoGebra, guardarlo en la memoria USB con su nombre y luego enviarlo a la dirección de correo previamente especificada.

4. En el archivo del cubo [www.geometriadinamica.es\Cubo bajado de Geometria dinámica.ggb](http://www.geometriadinamica.es/Cubo_bajado_de_Geometria_dinamica.ggb), buscar la palabra cubo, marcar con el ratón sobre la casilla para vértices (8 V) ¿Cuántos aparecen?____, marcar sobre la casilla para aristas (12 A) ¿Cuántas aparecen? ____ Y marcar sobre la casilla para caras (6 C) ¿Cuántas aparecen? _____

Enseguida, nombrar los vértices, las aristas y las caras:

D

En el archivo del prisma cuadrado [www.geometriadinamica.es\mosca.ggb](http://www.geometriadinamica.es/mosca.ggb), nombrar enseguida: Los vértices, las aristas, las caras y las diagonales.

Especificar cuál es el camino más corto que puede tomar la araña, para llegar al punto donde está la mosca (la respuesta la encuentra en internet, especificando la dirección de la página web).

DIARIO DE CAMPO DE LA GUÍA NO. 4 "CONCEPTOS DE GEOMETRÍA CON GEOGEBRA"

Fechas para grado noveno: Abril 8, 9 y 10

Propósito: Describir los acontecimientos en el aula virtual al aplicar la metodología propuesta para el trabajo de grado en un grupo experimental y en un grupo de control.

Meta: Conceptualización desde lo virtual hasta lo abstracto para acercar a los estudiantes a la definición de elementos básicos de geometría y polígonos.

Condiciones iniciales: Se prepara una guía en Word para el grupo experimental con la metodología escuela nueva como se viene trabajando en las instituciones educativas rurales, incluyendo la estrategia del trabajo de grado. La guía se realizó para desarrollarla virtualmente con los programas Word y GeoGebra, lamentablemente con tres y cuatro estudiantes en cada computador, a pesar de que se esperaban máximo dos estudiantes por computador. Lo anterior afecta seriamente los resultados de la estrategia, porque uno de los objetivos específicos del trabajo es usar manipulables físicos y virtuales.

Preguntas a tener en cuenta para el desarrollo de las guías:

¿Cómo están los conocimientos previos?, ¿Los gráficos se acercan a los conceptos?, ¿Cómo definen los objetos geométricos con ayuda de GeoGebra y la guía?, ¿el acercamiento virtual a los conceptos, facilita su asimilación?, ¿llegan fácil al concepto de polígono, gracias a la estrategia?, ¿observan lo sencillo que es graficar un polígono regular, utilizando el programa graficador?, ¿Grafican los elementos de un polígono con ayuda del programa GeoGebra?, ¿La guía del grupo experimental favorece el aprendizaje?, ¿Cómo son los resultados de la evaluación oral, escrita e individual para ambos grupos?

Descripción de los eventos		Reflexión
Grupo Control	Grupo Experimental	
No se aplicó esta guía con este grupo.	El trabajo se realiza en grupos de tres y cuatro estudiantes y el total de los grupos responden como se describe a continuación. En la actividad A los	Lamentablemente el laboratorio virtual es aprovechado solamente por los nueve estudiantes que estuvieron frente al computador. Las respuestas a las

	<p>grupos manifiestan desconocimiento total del programa graficador.</p> <p>En el laboratorio virtual, las respuestas a las preguntas son acertadas, porque están en continua comunicación con el docente, para orientar el acierto en sus respuestas. Muestran habilidad en el manejo de las instrucciones, porque han estudiado sistemas desde la básica primaria. En el laboratorio redefinen conceptos como línea recta, segmento de recta, rectas paralelas, rectas perpendiculares mediatriz, línea poligonal y polígono. La actividad C plantea ejercicios para que señalen elementos de un polígono sobre el polígono regular previamente graficado. Redefinen conceptos con ayuda del ejercicio y el cuaderno.</p>	<p>preguntas del laboratorio, aparecen acertadas en vista de que se respondieron paso a paso con orientación del docente.</p> <p>Las respuestas de la actividad C muestran buenos resultados gráficos de polígonos y sus elementos, pero no se pudo hacer un seguimiento individual. La actividad D no se realizó por falta de tiempo en la sala de sistemas y no me pareció pertinente realizarla en el próximo encuentro en la sala, porque se pretende retomar cuando se realice el laboratorio virtual de la actividad 6.</p> <p>Nota: Afortunadamente, cuando estaban realizando la guía 6, llegaron computadores portátiles y se pudo retomar esta guía con dos estudiantes por computador, desarrollando hasta la actividad C, lo cual les permitió realizar un polígono con todos sus elementos. Al revisar los productos en GeoGebra, se observaron buenos resultados, es decir gráficas de polígonos con todos sus elementos.</p>
--	---	---

GUIA No. 5

OTROS CONCEPTOS DE GEOMETRÍA CON GEOGEBRA

Indicadores de logro:

- Determina el perímetro de polígonos.
- Determina áreas de polígonos regulares.
- Determina áreas de algunos polígonos irregulares.
- Explica la diferencia entre prisma y polígono.
- Explica la diferencia entre pirámide y polígono.

Materiales:

- Computador personal con el programa GeoGebra.
- Simulaciones en archivos bajados de las páginas web www.geometriadinamica.cl y www.geometriadinamica.es y otras realizadas por el docente de la asignatura.

A

Los indicadores de logro alcanzados en la guía 4 son requisitos suficientes para continuar con esta guía, ya que se continúa estudiando geometría con ayuda del software “GeoGebra”.

B

LABORATORIO VIRTUAL

El presente laboratorio virtual se realiza con el fin de aprender otras funciones del programa graficador y relacionarlas con los conceptos previos.

Procedimiento.

1. Graficar un polígono regular con el número de lados deseado, presionar el ícono de ángulo en su parte inferior izquierda y elegir la opción “Distancia o Longitud”; luego, seguir las instrucciones ubicadas a la derecha de la barra de herramientas (marcar un punto sobre el polígono)

¿Qué aparece en la pantalla?

¿Cómo se puede verificar que si es el perímetro del polígono?

2. Usando el mismo polígono regular, presionar el ícono de ángulo en su parte inferior izquierda y elegir la opción “área”; luego, seguir las instrucciones ubicadas a la derecha de la barra de herramientas (marcar un punto sobre el polígono)
¿Qué aparece en la pantalla?

¿Cómo se puede verificar que si es el área del polígono?

Hallar el perímetro del polígono manualmente, multiplicando el número de lados por la longitud de un lado del polígono y compararlo con el dato de perímetro registrado sobre el polígono construido.

Graficar una apotema en el polígono.

Hallar la longitud de la apotema.

Abrir hoja de cálculo, presionando en el menú el botón “vista” y escoger “vista hoja de cálculo”.

Escribir el perímetro en la celda A1 de la hoja de cálculo, la longitud del apotema en la celda A2 y por último escribir la fórmula de área en la celda A3, como sigue: “igual perímetro por apotema dividido dos” con los símbolos propios de la hoja de cálculo.

Al comparar este resultado con el valor del área que se obtuvo sobre el polígono graficado, se concluye que:

3. Graficar un polígono irregular con el número de lados deseado, presionar el octavo ícono de izquierda a derecha en su parte inferior izquierda y elegir la opción “Distancia o Longitud”; luego, seguir las instrucciones ubicadas a la derecha de la barra de herramientas (marcar un punto sobre el polígono).

¿Qué aparece en la pantalla?

¿Cómo se puede verificar que si es el perímetro del polígono?

4. Utilizando el polígono irregular graficado previamente, en la barra de herramientas, presionar el octavo ícono de izquierda a derecha en su parte inferior izquierda y elegir la opción “área”; luego, seguir las instrucciones ubicadas a la derecha de la barra de herramientas (marcar un punto sobre el polígono).

¿Qué aparece en la pantalla?

¿Cómo se puede verificar que si es el área del polígono?

Nota: Para determinar una altura en un triángulo, se puede especificar alguno de sus lados como base, luego presionar el ícono de dos líneas secantes en su parte inferior derecha en la barra de herramientas, elegir la opción “recta perpendicular”, hacer clic en un vértice y en su lado opuesto (el escogido como base). Para marcar la altura, se presiona el botón de línea y dos puntos en la barra de herramientas, eligiendo la opción “segmento entre dos puntos”, luego hacer clic sobre el vértice elegido previamente y sobre la intersección entre la línea perpendicular y el lado base.

Para comprobar el valor del área del polígono irregular, se procede así: Sobre el polígono, graficar las diagonales necesarias para dividirlo en triángulos (triangular el polígono), especificar base y altura en cada triángulo, determinar el valor de las bases y las alturas, observando la vista algebraica. Para cada triángulo realizar en la hoja de cálculo las operaciones necesarias para hallar el área individual: Copiar el valor de la base en una celda y el valor de la altura en otra celda; luego, en otra celda multiplicar base por altura y el resultado dividirlo entre dos, por último sumar los resultados de las áreas de cada triángulo, para obtener el área del polígono inicial.

Al comparar el resultado de la hoja de cálculo con el resultado de área en el gráfico del polígono, se puede concluir que:

C

Ejercicios:

1. Graficar un polígono regular de diez lados, hallar su perímetro y su área usando el método estudiado en esta guía. Guardar el archivo con el nombre perímetro seguido de su nombre.
2. Graficar un polígono irregular cóncavo de doce lados, hallar su perímetro y su área, usando el método estudiado en esta guía. Guardar el archivo con el nombre perímetro seguido de su nombre.

D

Abrir el archivo www.geometriadinamica.cl/Prismas.ggb, ¿cómo se llama el cuerpo geométrico que aparece graficado en la pantalla?

En el gráfico aparece un deslizador (segmento de línea recta con un punto que tiene el nombre lados), ubicar el ratón sobre el punto del deslizador y arrastrar el punto. Comentar que sucede en el gráfico:

En el gráfico aparece un deslizador para altura (segmento de línea con un punto que tiene el nombre “altura”), ubicar el ratón sobre este deslizador y arrastrar el punto. Comentar que sucede en el gráfico:

Observar el gráfico, sin cambiar el número de lados del polígono (base del prisma), ¿Que sucede cuando la altura es cero? ¿Cómo se llama al objeto con altura cero y como se llama al objeto con altura diferente de cero?

¿Qué es polígono y qué es prisma?

¿Qué tipo de polígonos son las caras paralelas del prisma?

¿Qué tipo de polígonos son las caras laterales o caras no paralelas del prisma?

Abrir el archivo Polígonos/www.geometriadinamica.cl/Pirámides.ggb, ¿cómo se llama el cuerpo geométrico que aparece graficado en la pantalla?

En el gráfico aparece un deslizador con el nombre “lados”, ubicar el ratón sobre el punto del deslizador y arrastrar el punto. Comentar que sucede en el gráfico:

En el gráfico aparece un deslizador con el nombre “altura”, ubicar el ratón sobre este punto del deslizador y arrastrarlo. Comentar que sucede en el gráfico:

Al observar el gráfico, sin cambiar el número de lados en el polígono (base de la pirámide), ¿Que sucede cuando la altura es cero? ¿Cómo se llama al objeto con altura cero y como se llama al objeto con altura diferente de cero?

¿Qué es pirámide?

¿Qué tipo de polígono es la base de la pirámide?

¿Qué tipo de polígonos son las caras laterales de la pirámide?

Nota: En cada gráfico hay dos deslizadores circulares, arrastrar estos y comentar lo que sucede.

DIARIO DE CAMPO DE LA GUÍA NO. 5 "OTROS CONCEPTOS DE GEOMETRÍA CON GEOGEBRA"

Fechas para grado noveno: Abril 21, 23 y 24

Propósito: Describir los acontecimientos en el aula virtual al aplicar la metodología propuesta para el trabajo de grado en un grupo experimental y en un grupo de control.

Meta: Conceptualización desde lo virtual hasta lo abstracto para acercar a los estudiantes al cálculo de áreas de polígonos regulares e irregulares.

Condiciones iniciales: Se prepara una guía para el grupo experimental con la metodología escuela nueva como se viene trabajando en las instituciones educativas rurales, incluyendo la estrategia de trabajo de grado. La guía se entregó en físico para desarrollarla escribiendo sobre ella y realizando actividades en GeoGebra, nuevamente con tres y cuatro estudiantes en cada computador.

Preguntas a tener en cuenta para el desarrollo de las guías:

¿Cómo están los conocimientos previos?, ¿los gráficos realizados los acercan más a los conceptos?, ¿Determinan en forma fácil perímetros y áreas?, ¿el acercamiento virtual a los conceptos con cálculos, facilita su asimilación?, ¿Distinguen poliedros y sus caras, con ayuda de programas simuladores?, ¿Diferencian entre prisma y polígono?, ¿La guía del grupo experimental favorece el aprendizaje?, ¿Cómo son los resultados de la evaluación oral, escrita e individual para ambos grupos?

Descripción de los eventos		
Grupo Control	Grupo Experimental	Reflexión
No se aplicó esta guía con este grupo.	Se optó por entregar a los estudiantes la guía en físico, ya que la guía virtual en Word, causó inconvenientes por tener cuatro estudiantes por computador.	El uso en físico de la guía hecha en Word, hizo más eficiente el trabajo de los grupos, aprovecharon mejor el tiempo y fue más fácil revisar las respuestas de las actividades propuestas en la guía, porque la devolvieron con

	<p>El trabajo se realiza en grupos de cuatro estudiantes, ampliando la temática de la guía previa. El total de los grupos responden como se describe a continuación. No se propone actividad A porque es suficiente el trabajo realizado en la guía anterior.</p> <p>El trabajo en la sala de sistemas mejoró porque la guía hecha en Word, se entregó en físico y respondieron a las preguntas por escrito, elaborando en GeoGebra las actividades pedidas. En el laboratorio virtual, las respuestas a las preguntas son acertadas, porque están en continua comunicación con el docente y las respuestas se podían leer en cada gráfico en la pantalla.</p> <p>Muestran habilidad en el manejo de las instrucciones, porque han trabajado previamente con el programa. En el laboratorio redefinen conceptos como rectas perpendiculares, mediatrices, polígono regular e irregular, lado del polígono, apotema, perímetro y área.</p>	<p>sus respuestas por escrito y las tareas en GeoGebra se revisaron en los computadores que trabajaron.</p> <p>Al revisar los productos en GeoGebra, se observaron buenos resultados, es decir gráficos de polígonos con sus perímetros y áreas respectivos.</p> <p>La actividad D, la realizó solamente un grupo y es necesario realizarla para la estrategia, por lo tanto se continuará con ella en una próxima sesión en sala de sistemas.</p> <p>Realizar la actividad D no fue posible, porque se continuó con la guía 6 y se esperaba realizar esta actividad junto con el laboratorio virtual de esa guía, pero el tiempo no permitió realizar la actividad con los computadores antes de entregar los resultados del trabajo de grado planteado.</p>
--	---	---

	<p>La actividad C de graficar dos polígonos, hallar su perímetro y su área, es desarrollada con facilidad por la sencillez del programa. Pero la prueba de los resultados con las fórmulas de área y perímetro, no resulta tan fácil, aunque con la orientación del profesor llegan a los cálculos de perímetro y área y hacen la comparación solicitada</p>	
--	--	--

GUIA No. 6

POLIEDROS REGULARES E IRREGULARES Y SUS ÁREAS

Indicadores de logro:

- Definir cuerpo geométrico.
- Definir poliedro.
- Caracteriza poliedros, prismas y pirámides.
- Clasifica poliedros.
- Define prisma y pirámide.
- Determina el área de poliedros.

Materiales:

- Lápices de diferente color.
- Cartulina.
- Cuerpos geométricos hechos en madera.
- Cuerpos geométricos hechos en acetato.
- Regla.
- Compás.
- Transportador.
- Tijeras.
- Cuaderno de la asignatura.

A

1. Construir en cartulina un cuerpo geométrico con la menor cantidad de triángulos equiláteros congruentes. Indicar su nombre y caracterizarlo (especificar los polígonos que lo forman, el número de vértices y el número de aristas).
2. Construir en cartulina un cuerpo geométrico con un cuadrado y cuatro triángulos congruentes de base igual al lado del cuadrado.
3. Construir en cartulina un cuerpo geométrico con dos cuadrados congruentes y cuatro rectángulos congruentes de igual ancho que los cuadrados.

B

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Un sólido o cuerpo geométrico es una porción del espacio limitada por caras planas o curvas.

POLIEDROS

Un poliedro es un sólido limitado por polígonos.

Cada uno de los polígonos del sólido se denomina cara, cada borde que limita a una cara se denomina arista y el punto donde concurren varias aristas se denomina vértice.

A continuación se presenta un gráfico con nueve cuerpos geométricos, entre poliedros y cuerpos redondos.

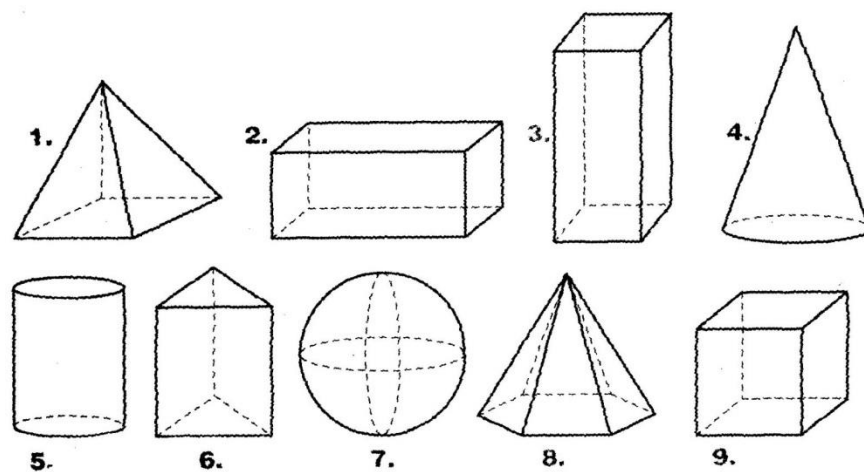


Figura 1

Clasificar las figuras de la figura 1 en poliedros y cuerpos redondos:

Para caracterizar un poliedro se tienen en cuenta los siguientes aspectos:

- Número de aristas, número de caras y número de vértices.
- Forma de las caras, es decir, si son polígonos regulares o irregulares.
- Orden en los vértices, que corresponde al número de caras que concurren en cada vértice.

Actividad de Laboratorio

El objetivo de este laboratorio es reconocer poliedros y que los sólidos semitransparentes, sirven para hacer proyecciones de sus figuras reales en planos como el del papel o el de la pared, tal y como se ven en los textos.

Procedimiento.

Rotar los sólidos de madera por todos los grupos de estudiantes.

¿Cuáles de los cuerpos dibujados en la figura 1, son similares a los sólidos en madera entregados por el docente?

Especificar el nombre de cada uno de los sólidos anotados en el ítem anterior:

Pedir dos sólidos hechos en acetato y dibujarlos en su cuaderno.

Después de hacer los dos dibujos de los sólidos, solicitar al docente que les muestre una proyección de estos sólidos en la pared, con ayuda de una linterna.

¿Cuáles de las proyecciones de algunos sólidos en la pared, son similares a las del gráfico 1?

¿Por qué Las proyecciones de algunos sólidos semitransparentes en la pared, sirven para dibujar una buena representación de los objetos tridimensionales en un plano (la pared o la hoja de cuaderno)?

Con ayuda de las proyecciones en la pared de los sólidos hechos con acetato, dibujar en el cuaderno dos sólidos regulares, una pirámide y un prisma.

Preguntas para consultar:

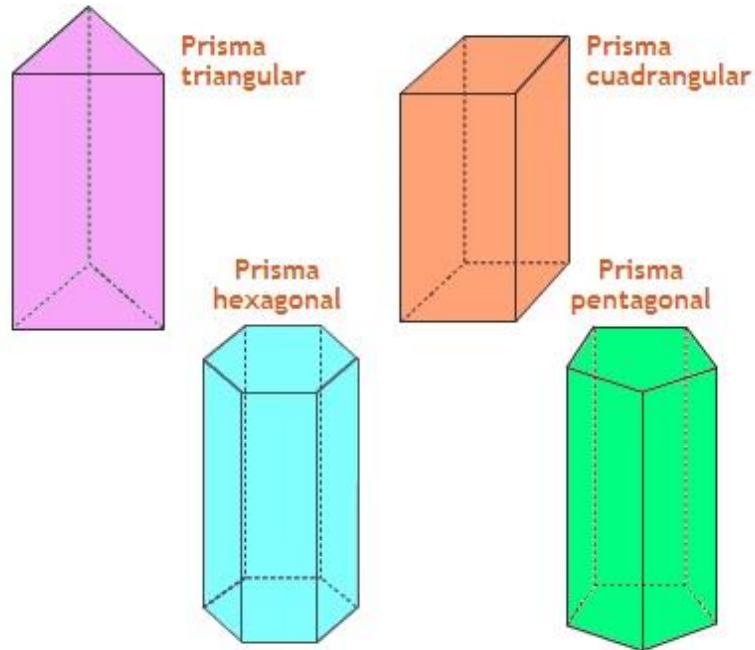
1. ¿Existe alguna técnica para dibujar los cuerpos sólidos, sin necesidad de proyectar cuerpos semitransparentes con ayuda de una linterna?

2. ¿Qué es perspectiva y cómo se dibujan sólidos geométricos usando esta técnica?

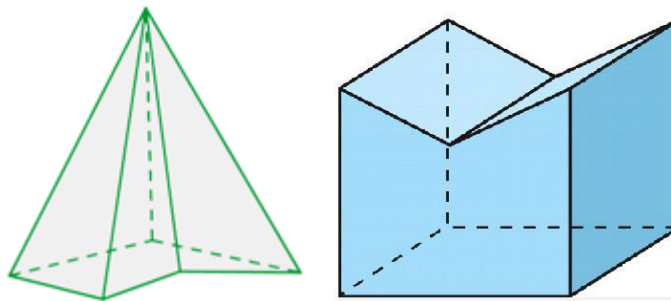
CLASIFICACIÓN DE POLIEDROS

Los poliedros pueden ser **convexos o cóncavos**. En forma similar a la clasificación de polígonos cóncavos y convexos, se dice que un poliedro es convexo cuando todas sus caras son polígonos convexos.

En la siguiente gráfica se presentan cuatro poliedros convexos.



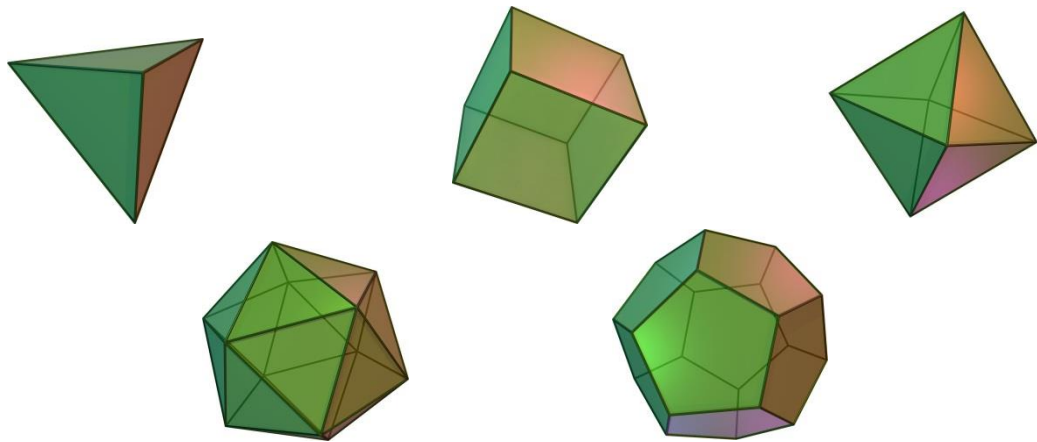
Si alguna o varias de las caras del poliedro son polígonos cóncavos, se dice que el poliedro es cóncavo, observar dos poliedros cóncavos en la siguiente figura.



POLIEDROS REGULARES

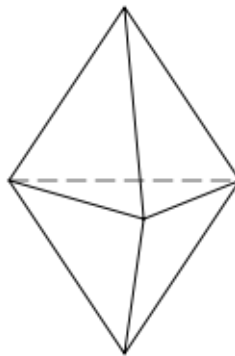
Son aquellos poliedros cuyas caras son polígonos regulares congruentes y además en cada vértice concurren el mismo número de caras, es decir, todos sus vértices tiene el mismo orden.

Los únicos cinco poliedros regulares que existen son llamados solidos platónicos y se muestran en el siguiente gráfico.



Consultar el nombre de cada uno de los poliedros regulares de la gráfica anterior.

El hexaedro mostrado en la siguiente gráfica, aunque está formado por seis triángulos equiláteros congruentes, no es un polígono regular, pues todos sus vértices no tienen el mismo orden.



POLIEDROS IRREGULARES

Son Aquellos poliedros cuyas caras no son todas congruentes o no todos sus vértices tienen el mismo orden. Los poliedros irregulares más conocidos son **las pirámides y los prismas**.

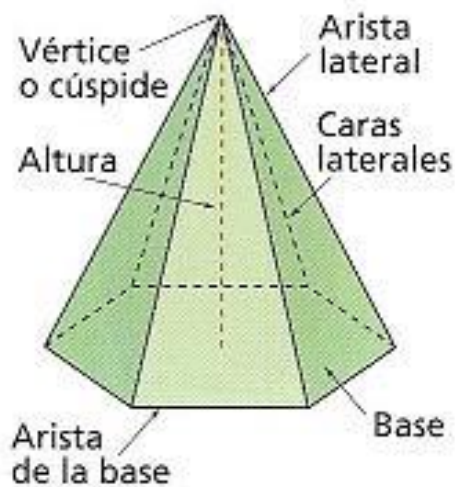
LAS PIRÁMIDES

Son poliedros en los que una de sus caras llamada base, es un polígono de tres o más lados y las caras laterales, son triángulos con un vértice común llamado cúspide. La altura de una pirámide es la medida del segmento perpendicular al plano de la base o distancia trazada desde el vértice cúspide hasta un punto en el plano de la base.

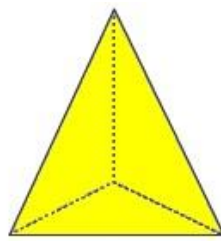
En una pirámide regular la altura se mide desde la cúspide, hasta el centro del polígono base.

Las pirámides también se nombran de acuerdo a la forma de la base, como pirámide regular o irregular.

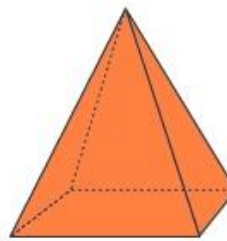
Por ejemplo, la siguiente figura muestra una pirámide hexagonal regular porque su base es un hexágono regular y en ella se muestran sus elementos característicos: Vértices, aristas, caras: una cara llamada base y las otras caras, llamadas caras laterales; además de la altura que es muy importante para determinar el valor del volumen.



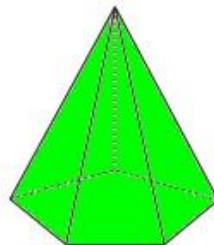
En la siguiente gráfica se muestran cuatro pirámides con base diferente.



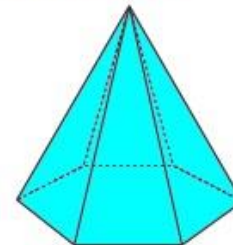
Pirámide triangular



Pirámide cuadrangular

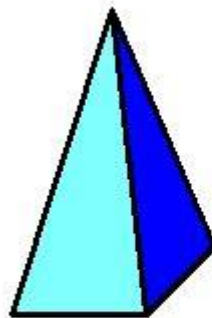


Pirámide pentagonal

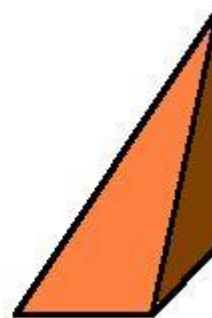


Pirámide hexagonal

Las pirámides pueden ser rectas u oblicuas, en las pirámides rectas, las caras laterales son triángulos isósceles.



pirámide recta



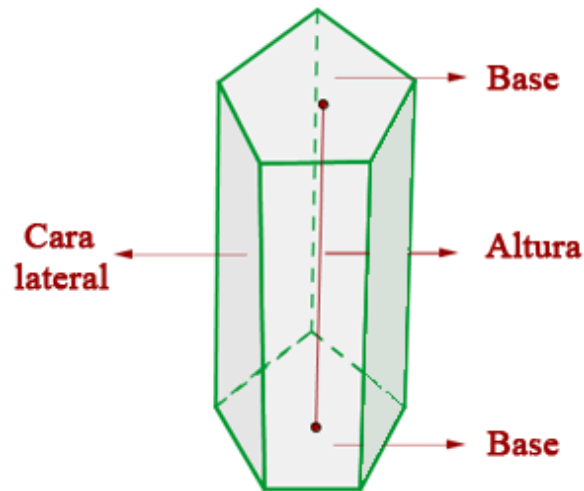
pirámide oblicua

LOS PRISMAS

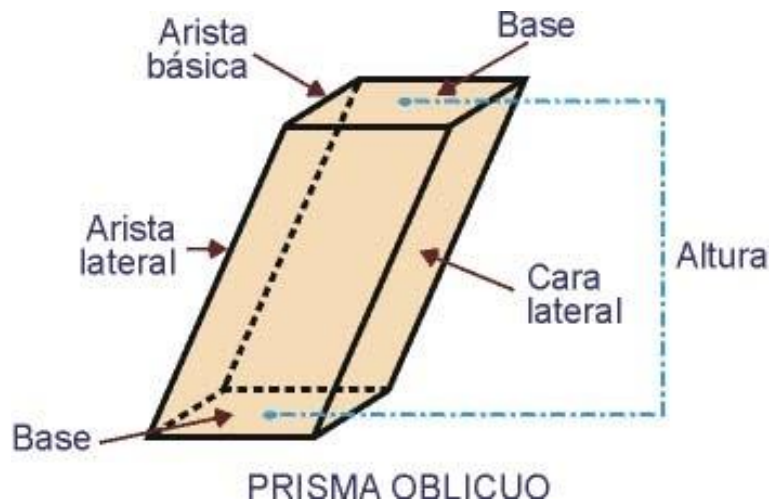
Son poliedros que tienen dos caras poligonales congruentes y paralelas, llamadas bases y las caras restantes llamadas caras laterales, son paralelogramos.

Si las caras laterales de un prisma son rectángulos, se tiene un prisma recto y si las caras laterales son romboides, se tiene un prisma oblicuo.

La altura de un prisma es la distancia entre las dos bases, además es un segmento perpendicular a los planos de las bases. En el caso del prisma recto, la altura es congruente con cada una de las aristas laterales (observar la altura en las dos figuras siguientes).



Los prismas se nombran de acuerdo al polígono de la base, la figura anterior es un prisma pentagonal recto, mientras que la figura siguiente muestra un prisma cuadrado oblicuo.



También existen prismas irregulares en su base, donde la base del prisma es un polígono irregular. Esta clase de prismas irregulares también pueden ser rectos u oblicuos.

En la siguiente gráfica se muestra un prisma pentagonal irregular recto.



El presente ejemplo sirve de ayuda, para llenar la tabla dada en el próximo ejercicio: La figura siguiente muestra un poliedro regular, formado por una cara cuadrada y cuatro caras triangulares, en total cinco caras; tiene cuatro vértices de orden 3 y un vértice de orden 4, en total cuatro vértices.

Este poliedro se conoce como pirámide de base cuadrada.

En este poliedro la cara cuadrada se denomina base y las caras triangulares se denominan caras laterales.



C

EJERCICIOS

1. Utilizando los poliedros en madera y acetato dados por el profesor, elaborar una tabla donde se especifique en cada columna: Si es poliedro regular o irregular, el nombre de cada poliedro dado en físico, el número de caras base, el número de caras laterales, el número total de caras, el número de vértices, el número de aristas y en la última columna realizar la suma $C+V-A$.

Con ayuda del ejemplo anterior se llena la primera fila de la tabla

Poliedro Regular	Poliedro Irregular	Nombre	Número de caras Base	Número de caras laterales	Número Total de caras C	Número de vértices V	Número de aristas A	Suma $C+V-A$
No	Si	Pirámide Cuadrada	1	4	5	5	8	2

¿Qué se puede observar en la última columna?

Consultar como se llama la fórmula $C+V-A = 2$, que se cumple para todos los poliedros.

2. Actividad de laboratorio virtual

El objetivo de esta actividad es que el estudiante pueda visualizar sólidos geométricos con ayuda de simuladores en GeoGebra.

Observar los enlaces especificados.

2.1 Cubo y octaedro en www.geometriadinamica.es/Dualidad_cubo_octaedro.ggb ¿Qué figura se muestra inicialmente?

Mueva los dos deslizadores circulares de color rojo y azul, ¿Qué figura se observa?

¿Qué puede concluir de la observación inicial y la actual?

Mueva el deslizador circular grande que rodea el sólido, desde el punto 5, moviendo el pequeño círculo verde hasta el punto 1, ¿Qué observa?

Al situar el deslizador en el punto 2, ¿Qué objeto se observa?

Al situar el deslizador en el punto 3, ¿Qué objeto se observa?

2.2 Dodecaedro icosaedro www.geometriadinamica.es/dodec_icos.ggb

¿Qué figura se muestra inicialmente?

Mueva los dos deslizadores circulares de color rojo y azul, ¿Qué figura se observa?

Mueva el deslizador circular grande que rodea el sólido, desde el punto 1, moviendo el pequeño círculo verde hasta el punto 2, ¿Qué observa?

Al situar el deslizador en el punto 2, ¿Qué objeto se observa?

Al situar el deslizador en el punto 5, ¿Qué objeto se observa?

2.3 Poliedros regulares en www.geometriadinamica.es/omnipoliedro.ggb, en este archivo, buscar en la pantalla la palabra octaedro y debajo hacer clic en la casilla de 12A y luego en la casilla de 8C, ¿Qué objeto se observa?

Hacer nuevamente clic en las dos casillas anteriores, ahora buscar debajo la palabra tetraedro y debajo hacer clic en la casilla de 6A y luego en la casilla de 4C, ¿Qué objeto se observa?

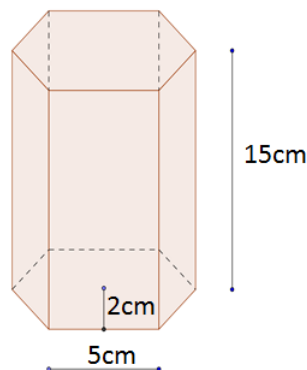
Realizar lo mismo sobre las palabras cubo, icosaedro, dodecaedro y especificar qué objetos se observan.

D

AREA DE PRISMAS REGULARES RECTOS

Se explica con ayuda del siguiente ejemplo:

En el siguiente gráfico se especifica la altura de un prisma, la arista o lado del hexágono base y la apotema del hexágono base.



Determinar el área del prisma, con las medidas dadas.

Solución:

1. Se determina el área del polígono base con la fórmula $A_{pol} = \frac{P \cdot a}{2}$

P es el perímetro y en el hexágono $P = 6 \cdot L = 6 \cdot 5cm = 30cm$

Como a es la apotema y $a = 2cm$

Entonces: $A_{pol} = \frac{30\text{cm} \cdot 2\text{cm}}{2} = 30\text{cm}^2$

2. Se determina el área lateral del prisma AL . Para el área lateral se suman las áreas de las caras laterales, que para este caso son los seis rectángulos o con el producto $6 * Ar$, donde Ar es el área de un rectángulo.

Área de un rectángulo $Ar = \text{base} * \text{altura} = 5\text{cm} * 15\text{cm} = 75\text{cm}^2$

Área lateral $AL = 6 * Ar = 6 * 75\text{cm}^2 = 450\text{cm}^2$

3. $\text{Área del prisma} = \text{Área de las dos bases} + \text{Área lateral}$

Área del prisma AP :

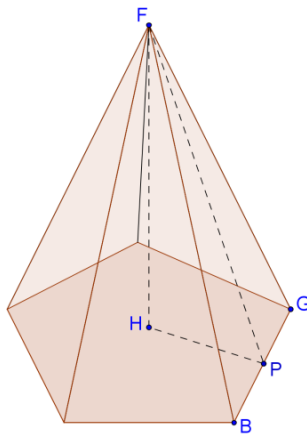
$$AP = 2 * A_{pol} + AL = 2 * 30\text{cm}^2 + 450\text{cm}^2 = 60 + 450 \text{ cm}^2$$

$$AP = 510\text{cm}^2$$

Definición: El área de un prisma equivale a dos veces el área de la base más el área lateral. El área lateral en prismas rectos, es el área de una de las caras laterales multiplicado por el número de lados de la base.

ÁREA DE PIRÁMIDES REGULARES RECTAS

Se explica con ayuda del siguiente ejemplo: En el siguiente gráfico la altura del prisma FH es de 20m, la arista BG o lado L de la base (pentágono) es 10m, la apotema HP del pentágono es 6,88m.



La apotema FP de la pirámide se calcula con el teorema de Pitágoras.

Observando el triángulo rectángulo FHP se halla $FP = \sqrt{20m^2 + 6,88m^2} = 21,15m$

Determinar el área de la pirámide, con las medidas dadas.

Solución

1. Se determina el área del polígono base con la fórmula $A_{pol} = \frac{P \cdot a}{2}$

Donde P es el perímetro y en el pentágono, $P = 5 \cdot L = 5 \cdot 10m = 50m$

$$\text{Luego, } A_{pol} = \frac{50m \cdot 6,88m}{2} = 172m^2$$

2. Se determina el área lateral de la pirámide AL . Para el área lateral se suman las áreas de las caras laterales, en este caso los cinco triángulos isósceles o con el producto $5 \cdot At$, donde At es el área de un triángulo lateral.

Área del triángulo FBG At : $At = \frac{\text{base del triángulo} \cdot \text{altura del triángulo}}{2}$

$$At = \frac{10m \cdot 21,15m}{2} = 105,75m^2$$

$$\text{Área lateral } AL = 5 \cdot At = 5 \cdot 105,75m^2 = 528,75m^2$$

3. Área de la pirámide $A_{pir} = \text{Área del polígono base} + \text{Área lateral}$

Área de la pirámide A_{pir} :

$$A_{pir} = A_{pol} + AL = 172m^2 + 528,75m^2 = 700,75m^2$$

Definición: El área de una pirámide equivale al área de la base más el área lateral. El área lateral en pirámides rectas, es el área de una de las caras laterales multiplicado por el número de lados de la base.

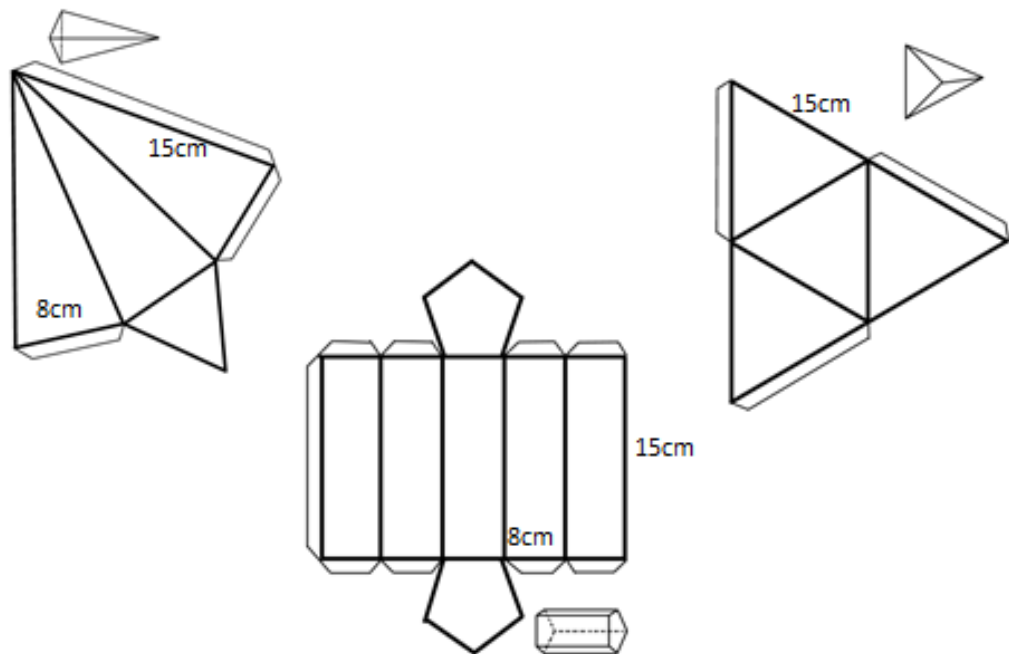
Consulta: ¿Cómo se determina el área de un poliedro regular?

Ejercicios:

1. Determine el área de un dodecaedro, si uno de sus pentágonos mide 10 cm de lado y su apotema mide 6,88cm.
2. Determine el área de cada uno de los poliedros en acetato, tomando las medidas necesarias para los cálculos.

Nota: El desarrollo de un poliedro, equivale a la representación de las caras del sólido sobre un mismo plano.

3. A partir de los desarrollos de los poliedros graficados a continuación, realizar los sólidos en el material que prefiera (cartulina, cartón paja, acetato u otro).



4. Cuando tenga construido cada sólido, tomarle las medidas necesarias para calcular su área.

DIARIO DE CAMPO DE LA GUÍA NO. 6 "POLIEDROS REGULARES E IRREGULARES Y SUS ÁREAS"

Fechas para grado noveno: Mayo 6, 7, 8, 14, 15, 20, 21, 22, 27, 28 y 29.

Fechas para grado Once: Mayo 6, 8, 15, 20, 22 y 27.

Propósito: Describir los acontecimientos en el aula virtual al aplicar la metodología propuesta para el trabajo de grado en un grupo experimental y en un grupo de control.

Meta: Conceptualización desde lo virtual hasta lo abstracto para acercar a los estudiantes al cálculo de áreas de sólidos regulares e irregulares.

Condiciones iniciales: Se prepara una guía para el grupo experimental con la metodología escuela nueva como se viene trabajando en las instituciones educativas rurales, incluyendo la estrategia de trabajo de grado. La guía se entregó en físico para desarrollarla escribiendo sobre ella y realizando actividades en GeoGebra, nuevamente con tres y cuatro estudiantes en cada computador. La guía del grupo control no incluye actividad de laboratorio en físico y tampoco actividad de laboratorio virtual.

Preguntas a tener en cuenta para el desarrollo de las guías:

¿Cómo están los conocimientos previos?, ¿Al entregar sólidos en físico, identifican el gráfico respectivo entre varias opciones y los clasifican?, ¿Cómo nombran los sólidos geométricos?, ¿el acercamiento intuitivo a los conceptos, facilita la asimilación de conceptos formales?, ¿saben caracterizar y clasificar poliedros?, ¿nombran bien los poliedros?, ¿determinan el área de poliedros eficientemente?, ¿La guía del grupo experimental favorece el aprendizaje?, ¿Cómo son los resultados de la evaluación oral, escrita e individual para ambos grupos?

Descripción de los eventos		
Grupo Control	Grupo Experimental	Reflexión
En la actividad A realizan poliedros en cartulina, a partir de sus polígonos. Realizan el trabajo en grupos y muestran buenos resultados. La actividad C, se realiza sin muchas	En la actividad A realizan poliedros en cartulina, a partir de sus polígonos. Como no se vió buen trabajo en grupo, se dejó como tarea el trabajo individual, encontrando nuevamente poco interés, porque solamente	Los estudiantes que realizaron las actividades propuestas, muestran buenos productos en físico de los poliedros y también de las actividades por escrito. Falta realizar el punto 3 de la actividad D para

<p>inquietudes, porque ya están familiarizados con conceptos como vértice, cara y arista, además los reconocen más fácil en los objetos en físico, que en gráficos. En la última columna de la tabla solicitada en esta actividad se obtienen una respuesta que les permite formular la ley de Euler para poliedros. Las actividades de hallar áreas de ocho poliedros en la actividad D, las realizan con la orientación del docente en forma muy personalizada con los sólidos en físico y la aprovecharon, los estudiantes que más preguntan.</p>	<p>entregaron producto 16 estudiantes de los 28 que representan la muestra. En la actividad de laboratorio con objetos en físico, muestran diferenciar bien poliedros de cuerpos redondos. Para las gráficas de poliedros partiendo de cuerpos geométricos semitransparentes, se identifica que cuatro estudiantes llegan a figuras bien graficadas, el resto de estudiantes mejoran sus gráficos, proyectando los cuerpos semitransparentes con ayuda de una lámpara sobre el tablero de acrílico. La actividad C, se realiza sin muchas inquietudes, porque ya están familiarizados con conceptos como vértice, cara y arista, además los reconocen más fácil en los objetos en físico, que en gráficos. En la última columna de la tabla solicitada en esta actividad, se obtiene una respuesta que les permite formular la ley de Euler para poliedros. Las actividades de hallar áreas de ocho poliedros en la actividad D, las realizan con la orientación del docente en forma muy personalizada con los sólidos en físico.</p>	<p>construir sólidos a partir de sus desarrollos y determinar sus áreas. Los estudiantes que preguntaron en las actividades, son los que mejor asimilan los conceptos y se vuelven asesores de sus compañeros en los grupos de trabajo. Los estudiantes del grupo control, muestran una mejor visualización de los gráficos, por que muestran mejor identificación de los elementos de los sólidos estudiados, aunque falta estudiar la guía de axonometría para que mejoren en este aspecto. Falta realizar la actividad de laboratorio virtual con el grupo experimental. Falta realizar ejercitación con problemas propuestos en textos escolares.</p>
--	--	---

BIBLIOGRAFIA

Baldor J. A. Geometría Plana y del Espacio y Trigonometría. Segunda Edición. España: Editorial Vasco Americana S.A., 1967. 423p.

Caro E. Victor. Matemática 1 Aritmética y Geometría. Bogotá: PIME Editores Ltda, 1982. 256p

Chizner Ramos Johan Alexander. Hipertexto Matemáticas 6. Bogotá: Editorial Santillana, 2010. 256p.

Chizner Ramos Johan Alexander. Hipertexto Matemáticas 7. Bogotá: Editorial Santillana, 2010. 256p.

F.J. Landaverde. Curso de Geometría Intuitiva. México D.F.: Editorial Progreso S.A., 1963, 392p.

Hernandez Sampieri Roberto. Metodología de la Investigación. México D.F.: Editorial McGraw Hill Interamericana S.A, 2006, 487p.

Londoño Nelson. Serie Matemática Progresiva. Bogotá: Editorial Norma, 1984. 321p.

Morales Piñeros Miriam del Carmen. Aritmética y Geometría I. Bogotá: Editorial Santillana, 2004. 288p.

Morales Piñeros Miriam del Carmen. Aritmética y Geometría II. Bogotá: Editorial Santillana, 2004. 288p.

Raymond A. Barnett. Matemáticas noveno grado. Santafé de Bogotá: McGraw Hill Interamericana S.A., 1994. 444p

Viedma Juan A. Lecciones de Geometría Intuitiva. Cali: Editorial Norma, 1965. 339p.

Wills Dario. Matemática Moderna Estructurada 1. Bogotá: Editorial Norma, 1985. 198p.

TOMADO DE INTERNET

Aliendro Estela Sonia y Astorga Angélica Elvira. Retorno de La Geometría. Salta, septiembre 2005. 7p. Documento en PDF ([Síntesis del libro "Razones para enseñar Geometría en la ..."](http://www.union-matematica.org.ar/reunion_anual/reunion05/.../aliendro.doc)
www.union-matematica.org.ar/reunion_anual/reunion05/.../aliendro.doc).

Alzate Yepes Teresita. Una Medición Pedagógica en Educación. El Diario de Campo. Universidad de Antioquia Colombia. Revista Iberoamericana de Educación. Estados iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. 10p. Documento en PDF ([EL DIARIO DE CAMPO - Revista Iberoamericana de Educación](http://www.rieoei.org/deloslectores/2541Alzate.pdf))

www.rieoei.org/deloslectores/2541Alzate.pdf).

Eduteka. Los Manipulables en la Enseñanza de las Matemáticas. Octubre 18 de 2003. <http://www.eduteka.org/Manipulables.php>. Disponible en Internet. Acceso Libre.

Grupo de Investigación Pedagógica MEN. Serie Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional de Colombia: Capitulo de Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos. Santafé de Bogotá junio de 1999. 103p. Documento en PDF ([Matemáticas - Ministerio de Educación Nacional](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf))
www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

Grupo Español de Geometría Dinámica G4D. José Manuel Arranz San José, Manuel Sada Allo, Rafael Losada Liste. www.geometriadinamica.es.

Miranda Molina Rafael. www.geometriadinamica.cl.

Imágenes de poliedros y cuerpos redondos. www.google.com

TESIS DE GRADO

Blanco Haydeé. Representaciones Gráficas de Cuerpos Geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones. México, D.F. Enero de 2009. 175p. Tesis Doctoral de Maestría en Matemática Educativa. Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. Unidad Legaria. Documento en PDF ([Representaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones.](http://www.cicatalleg-publications.ipn.mx))
H Blanco - 2012 - [cicatalleg-publications.ipn.mx](http://www.cicatalleg-publications.ipn.mx))

Castellanos Espinal Idania Marvely. Visualización y Razonamiento en las Construcciones Geométricas utilizando el software GeoGebra con los alumnos de II de Magisterio de la E.N.M.P.N. Tegucigalpa M.D.C. 24 de noviembre de 2010. 133p. Maestría en Matemática Educativa. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Moran. Vicerrectoría de Investigación y Postgrado. Documento en PDF ([Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software Geogebra con alumnos de II de Magisterio de la ENMPN](http://www.cervantesvirtual.com))
C Espinal, I Marvely - 2012 - [cervantesvirtual.com](http://www.cervantesvirtual.com))